

TWÓJ PRZEWODNIK PO JĘZYKU JAVA

Apress®

Java

Zaawansowane zastosowania

Noel Kalicharan

Helion



Tytuł oryginału: Advanced Topics in Java: Core Concepts in Data Structures

Tłumaczenie: Piotr Rajca

ISBN: 978-83-246-9426-6

Original edition copyright © 2014 by Noel Kalicharan.
All rights reserved.

Polish edition copyright © 2014 by HELION SA.
All rights reserved.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from the Publisher.

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Wydawnictwo HELION dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Wydawnictwo HELION nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Wydawnictwo HELION
ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE
tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63
e-mail: helion@helion.pl
WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!
Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres
<http://helion.pl/user/opinie/javazz>
Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

Spis treści

	O autorach	9
	Recenzenci techniczni	11
	Wprowadzenie	13
Rozdział 1.	Sortowanie, przeszukiwanie i scalanie	15
	1.1. Sortowanie tablic: sortowanie przez wybieranie	15
	1.2. Sortowanie tablic: sortowanie przez wstawianie	19
	1.3. Wstawianie elementu w odpowiednim miejscu	26
	1.4. Sortowanie tablicy łańcuchów znaków	27
	1.5. Sortowanie tablic równoległych	29
	1.6. Wyszukiwanie binarne	30
	1.7. Przeszukiwanie tablicy łańcuchów znaków	32
	1.8. Przykład: zliczanie wystąpień wyrazów	34
	1.9. Scalanie posortowanych list	37
	Ćwiczenia	40
Rozdział 2.	Wprowadzenie do obiektów	43
	2.1. Obiekty	44
	2.2. Definiowanie klas i tworzenie obiektów	44
	2.3. Konstruktory	48
	2.4. Hermetyzacja danych, metody akcesorów i mutatorów	51
	2.5. Wyświetlanie danych obiektów	55
	2.6. Klasa Part	57
	2.7. Jakie nazwy nadawać plikom źródłowym?	59
	2.8. Stosowanie obiektów	60
	2.9. Wskaźnik null	63
	2.10. Przekazywanie obiektu jako argumentu	64
	2.11. Tablice obiektów	65
	2.12. Przeszukiwanie tablicy obiektów	67
	2.13. Sortowanie tablicy obiektów	70
	2.14. Zastosowanie klasy do grupowania danych: licznik występowania słów	71
	2.15. Zwracanie więcej niż jednej wartości: głosowanie	74
	Ćwiczenia	80

Rozdział 3. Listy powiązane	83
3.1. Definiowanie list powiązanych	83
3.2. Proste operacje na listach powiązanych	85
3.3. Tworzenie listy powiązanej: dodawanie elementów na końcu listy	88
3.4. Wstawianie elementów do list powiązanych	91
3.5. Tworzenie listy powiązanej: dodawanie elementu na początku listy	93
3.6. Usuwanie elementów z list powiązanych	94
3.7. Tworzenie posortowanej listy powiązanej	95
3.8. Klasa listy powiązanej	99
3.9. Jak zorganizować pliki źródłowe Javy?	104
3.10. Rozszerzanie klasy LinkedList	106
3.11. Przykład: palindromy	107
3.12. Zapisywanie listy powiązanej	111
3.13. Tablice a listy powiązane	111
3.14. Przechowywanie list powiązanych przy użyciu tablic	112
3.15. Scalanie dwóch posortowanych list powiązanych	113
3.16. Listy cykliczne i dwukierunkowe	116
Ćwiczenia	120
Rozdział 4. Stosy i kolejki	123
4.1. Abstrakcyjne typy danych	123
4.2. Stosy	124
4.3. Ogólny typ Stack	130
4.4. Konwertowanie wyrażenia z zapisu wrostkowego na przyrostkowy	134
4.5. Kolejki	142
Ćwiczenia	151
Rozdział 5. Rekurencja	153
5.1. Definicje rekurencyjne	153
5.2. Pisanie funkcji rekurencyjnych w języku Java	154
5.3. Konwersja liczby dziesiętkowej na dwójkową przy użyciu rekurencji	156
5.4. Wyświetlanie listy powiązanej w odwrotnej kolejności	159
5.5. Problem wież Hanoi	160
5.6. Funkcja podnosząca liczbę do potęgi	162
5.7. Sortowanie przez scalanie	163
5.8. Zliczanie organizmów	166
5.9. Odnajdywanie drogi przez labirynt	170
Ćwiczenia	174
Rozdział 6. Liczby losowe, gry i symulacje	177
6.1. Liczby losowe	177
6.2. Liczby losowe i pseudolosowe	178
6.3. Komputerowe generowanie liczb losowych	179
6.4. Zgadywanka	180
6.5. Ćwiczenia z dodawania	181
6.6. Gra Nim	182
6.7. Rozkłady nierównomierne	186
6.8. Symulowanie realnych problemów	189
6.9. Symulacja kolejki	190
6.10. Szacowanie wartości liczbowych przy użyciu liczb losowych	193
Ćwiczenia	196

Rozdział 7. Praca z plikami	199
7.1. Operacje wejścia-wyjścia w Javie	199
7.2. Pliki tekstowe i binarne	200
7.3. Wewnętrzne i zewnętrzne nazwy plików	200
7.4. Przykład: porównywanie dwóch plików	201
7.5. Konstrukcja try...catch	202
7.6. Operacje wejścia-wyjścia na plikach binarnych	205
7.7. Pliki o dostępie swobodnym	209
7.8. Pliki indeksowane	213
7.9. Aktualizacja pliku o dostępie swobodnym	221
Ćwiczenia	224
Rozdział 8. Wprowadzenie do zagadnień drzew binarnych	225
8.1. Drzewa	225
8.2. Drzewa binarne	227
8.3. Przechodzenie drzew binarnych	228
8.4. Sposoby reprezentacji drzew binarnych	231
8.5. Budowanie drzewa binarnego	233
8.6. Binarne drzewa poszukiwań	237
8.7. Budowanie binarnego drzewa poszukiwań	240
8.8. Budowanie drzew binarnych ze wskaźnikami rodzica	244
8.9. Przechodzenie drzewa poziomami	249
8.10. Użyteczne funkcje operujące na drzewach binarnych	254
8.11. Usuwanie wierzchołków z binarnego drzewa poszukiwań	255
8.12. Tablice jako sposób reprezentacji drzew binarnych	257
Ćwiczenia	260
Rozdział 9. Zaawansowane metody sortowania	263
9.1. Sortowanie przez kopcowanie	263
9.2. Budowanie kopca przy użyciu metody siftUp	269
9.3. Analiza algorytmu sortowania przez kopcowanie	272
9.4. Kopce i kolejki priorytetowe	273
9.5. Sortowanie listy elementów przy użyciu sortowania szybkiego	274
9.6. Sortowanie Shella (z użyciem malejących odstępów)	284
Ćwiczenia	288
Rozdział 10. Haszowanie	291
10.1. Podstawy haszowania	291
10.2. Rozwiązanie problemu wyszukiwania i wstawiania przy użyciu haszowania	292
10.3. Rozwiązywanie kolizji	297
10.4. Przykład: licznik występowania słów	307
Ćwiczenia	310
Skorowidz	313

ROZDZIAŁ 9

Zaawansowane metody sortowania

W tym rozdziale wyjaśnimy takie zagadnienia jak:

- sterata oraz algorytm sortowania przez kopcowanie przy użyciu metody *siftDown*,
- tworzenia kopca za pomocą metody *siftUp*,
- analiza wydajności algorytmu sortowania przez kopcowanie,
- użycie kopca w celu implementacji kolejki priorytetowej,
- sortowanie listy elementów z wykorzystaniem algorytmu sortowania szybkiego,
- odnajdywanie k -tego najmniejszego elementu listy,
- sortowanie listy elementów z zastosowaniem algorytmu sortowania Shella (z użyciem malejących odstępów).

W rozdziale 1. przedstawiono dwie proste metody sortowania (sortowanie przez wybieranie oraz przez wstawianie), pozwalające na sortowanie listy elementów. W tym rozdziale dokładnie przeanalizujemy kilka innych, bardziej wydajnych metod sortowania — sortowanie przez kopcowanie (ang. *heapsort*), sortowanie szybkie (ang. *quicksort*) oraz sortowanie Shella (ang. *shellsort*).

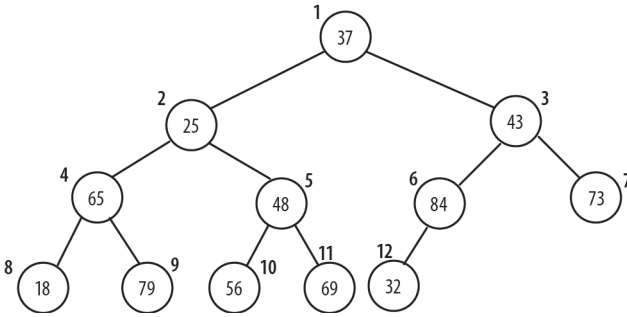
9.1. Sortowanie przez kopcowanie

Sortowanie przez kopcowanie (ang. *heapsort*) to algorytm sortowania, który *interpretuje* elementy w tablicy jako prawie kompletne drzewo binarne. Przeanalizujemy następującą tablicę, którą należy posortować w kolejności rosnącej.

num											
37	25	43	65	48	84	73	18	79	56	69	32
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Taką tablicę możemy potraktować jako prawie kompletne drzewo binarne składające się z 12 wierzchołków, które zostało przedstawione na rysunku 9.1.

Założmy, że teraz postawimy wymóg, by wartości w każdym z wierzchołków były większe lub równe wartościom w lewym i prawym poddrzewie; zakładamy przy tym, że nie są one puste. Krótko mówiąc, zobaczymy, w jaki sposób można przeorganizować wierzchołki tak, by *każdy z nich* spełniał tę właściwość. Zanim to zrobimy, nadamy takiej strukturze danych nazwę kopca.



Rysunek 9.1. Zawartość tablicy przedstawiona w formie drzewa binarnego

Kopiec nazywamy prawie kompletne drzewo binarne, takie że wartość korzenia tego drzewa jest większa lub równa wartościom jego lewego i prawego dziecka, a prawe i lewe poddrzewo także są kopcami.

Natychmiastową konsekwencją takiej definicji jest to, że największa wartość w drzewie znajduje się w jego korzeniu. Taki kopiec jest nazywamy **kopcem maksymalnym** (ang. *max-heap*). W podobny sposób możemy zdefiniować **kopiec minimalny** — wystarczy zamienić relację większości na relację mniejszości. A zatem w kopcu minimalnym jego korzeń zawiera wartość *najmniejszą*.

Spróbujmy teraz zmodyfikować drzewo binarne z rysunku 9.1, by stało się kopcem maksymalnym.

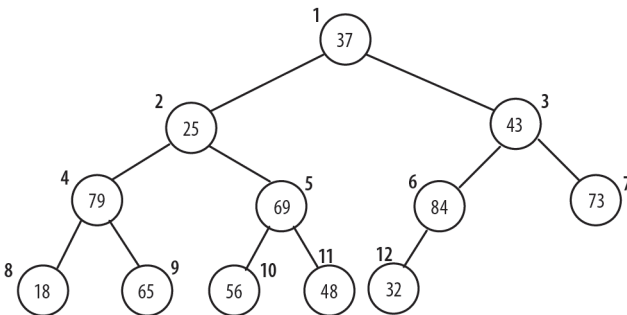
9.1.1. Konwersja drzewa binarnego w kopiec maksymalny

Najpierw należy zauważyć, że wszystkie liście są kopcami, gdyż nie mają żadnych dzieci.

Zaczynając od ostatniego wierzchołka, który nie jest liściem (w naszym przykładzie jest to wierzchołek numer 6), przekształcimy drzewo, którego jest on korzeniem, w kopiec maksymalny. Jeśli wartość wierzchołka jest większa od wartości jego dzieci, nie musimy nic robić. Tak właśnie jest w przypadku wierzchołka 6, gdyż 84 jest większe od 32.

Następnie przechodzimy do wierzchołka o numerze 5. W jego przypadku wartość 48 jest mniejsza od wartości przynajmniej jednego dziecka (w właściwie, od obu dzieci, gdyż ich wartości wynoszą odpowiednio 56 i 69). Najpierw znajdujemy większe dziecko (69) i zamieniamy jego zawartość z zawartością wierzchołka 5. W efekcie liczba 69 zostaje zapisana w wierzchołku 5., a liczba 48 w wierzchołku 11.

Następnie przechodzimy do wierzchołka 4. Większe z jego dzieci, 79, zostaje przeniesione do wierzchołka 4., a 65 do wierzchołka 9. Po zakończeniu tego etapu prac drzewo ma postać przedstawioną na rysunku 9.2.

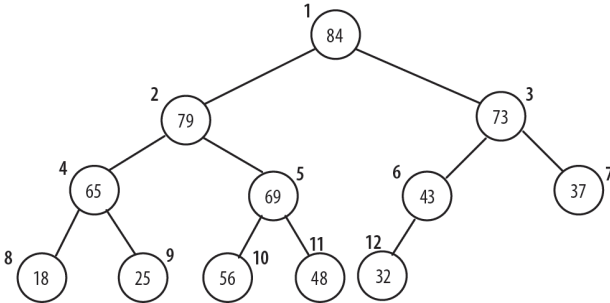


Rysunek 9.2. Drzewo po przetworzeniu wierzchołków 6., 5. oraz wierzchołka numer 4

Teraz przechodzimy do wierzchołka 3. W jego przypadku konieczne jest przeniesienie liczby 43. Większą z wartości dzieci tego wierzchołka jest 84, zatem zamieniamy wartości w wierzchołkach 3. i 6. Aktualna wartość wierzchołka 6. (43) jest większa od wartości jego dziecka (32), więc nie musimy robić nic więcej. Trzeba jednak zwrócić uwagę, że gdyby wartością wierzchołka 6. była liczba (przykładowo) 28, musielibyśmy zamienić ją miejscami z liczbą 32.

Po przejściu do wierzchołka 2. okazuje się, że konieczne jest zamienienie umieszczonej w nim liczby 28 z wartością większego z dzieci, czyli liczbą 79. Kiedy to zrobimy, liczba 25 umieszczona w wierzchołku 4. będzie mniejsza od liczby 65 w jego prawym dziecku, czy wierzchołku numer 9. Zatem także te dwie liczby należy zamienić miejscami.

I w końcu, po przejściu do wierzchołka 1. zamieniamy jego zawartość, 37, z zawartością większego z jego dzieci, czyli z liczbą 84. Następnie jest ona dalej zamieniana z (nowym) większym dzieckiem zawierającym liczbę 73. W ten sposób drzewo staje się kopcem, a jego ostateczną postać przedstawiono na rysunku 9.3.



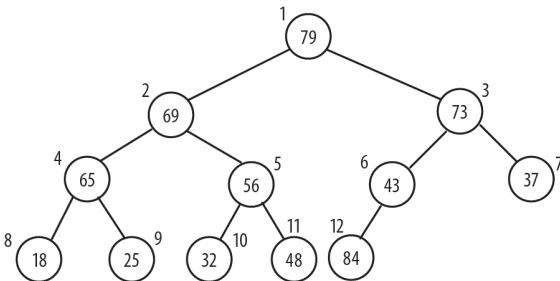
Rysunek 9.3. Ostateczna postać drzewa, które już jest kopcem

9.1.2. Proces sortowania

Warto zwrócić uwagę, że po przekształceniu w kopiec korzeń drzewa zawiera największą z jego wartości, 84. Skoro wartości zapisane w tablicy tworzą kopiec, zatem teraz możemy je posortować w kolejności rosnącej. Oto sposób, w jaki należy to zrobić.

- Musimy zapisać ostatni element, czyli 32, w jakimś tymczasowym miejscu i przenieść liczbę 84 na ostatnie miejsce (do wierzchołka numer 12), zwalnając tym samym wierzchołek numer 1. Teraz musimy wyobrazić sobie, że liczba 32 znajduje się w wierzchołku 1. i przenieść ją tak, by elementy tablicy z zakresu od 1 do 11 tworzyły kopiec. Można to zrobić w następujący sposób.
- 32 jest zamieniane z większym z jego dzieci, czyli liczbą 79, która zostaje przeniesiona do wierzchołka 1. Liczba 32 jest dalej zamieniana z jej (nowym) większym dzieckiem, którym jest liczba 69; co sprawia, że liczba 32 trafia do wierzchołka 2.

W końcu liczba 32 zostaje zamieniona z liczbą 56, co sprawia, że drzewo przyjmuje postać przedstawioną na rysunku 9.4.



Rysunek 9.4. Postać drzewa po umieszczeniu wartości 84 w odpowiednim miejscu i zreorganizowaniu drzewa

Na tym etapie sortowania druga największa liczba, 79, znajduje się w wierzchołku 1. Umieszczamy ją zatem w wierzchołku 11., a liczba 48 zostaje „przesiana w dół” z wierzchołka 1., tak by wierzchołki od 1. do 10. tworzyły kopiec. Teraz trzecią co do wielkości liczbą umieszczoną w drzewie jest 73, liczba ta znajduje się w jego korzeniu. W kolejnym etapie sortowania umieszczamy ją w wierzchołku 10. itd. Taki proces jest kontynuowany, aż do momentu posortowania całej tablicy.

Po początkowym utworzeniu kopca proces jego sortowania można opisać, posługując się pseudokodem, w następujący sposób.

```
for k = n downto 2 do
    item = num[k] // pobieramy aktualnie ostatni element
    num[k] = num[1] // przenosimy wierzchołek kopca do jego ostatniego wierzchołka
    siftDown(item, num, 1, k-1) // odtwarzamy właściwości kopca w zakresie od 1 do k-1
endfor
```

Przy czym metoda `siftDown(item, num, 1, k-1)` przyjmuje, że spełnione są następujące założenia:

- element `num[1]` jest pusty,
- elementy `num[2]` do `num[k-1]` tworzą kopiec.

Zaczynamy od pozycji numer 1: wartość `item` jest wstawiana w taki sposób, że `num[1]` do `num[k-1]` tworzą kopiec.

W opisanym powyżej procesie sortowania podczas każdej iteracji pętli wartość z aktualnie ostatniej pozycji (`k`) jest zapisywana w zmiennej `item`. Wartość z wierzchołka 1. jest przenoszona na pozycję `k`, wierzchołek 1. zostanie opróżniony (i dostępny), a wszystkie wierzchołki z zakresu od 2 do `k-1` spełniają warunek kopca.

Wywołanie `siftDown(item, num, 1, k-1)` doda wartość w zmiennej `item` do tablicy w taki sposób, że elementy `num[1]` do `num[k-1]` będą tworzyć kopiec. Dzięki temu zapewnimy, że kolejna największa wartość w kopcu znajdzie się w wierzchołku 1.

Bardzo użyteczną cechą metody `siftDown` (kiedy już ją napiszemy) będzie to, że przy jej użyciu będziemy w stanie utworzyć początkowy kopiec z przekazanej tablicy. Przypomnijmy sobie proces tworzenia kopca opisany w punkcie 9.1.1.1. Dla każdego wierzchołka (dajmy na to `h`) „przesiewamy wartość w dół”, tak by utworzyć kopiec o korzeniu w wierzchołku `h`. Aby zastosować metodę `siftDown` w obecnej sytuacji, musimy uogólnić ją w następujący sposób:

```
void siftDown(int key, int num[], int root, int last)
```

Metoda ta zakłada, że spełnione są następujące warunki:

- element `num[root]` jest pusty,
- indeks `last` wskazuje ostatni element tablicy `num`,
- element `num[root*2]`, jeśli istnieje ($root*2 \leq last$), jest korzeniem kopca,
- element `num[root*2+1]`, jeśli istnieje ($root*2+1 \leq last$), jest korzeniem kopca.

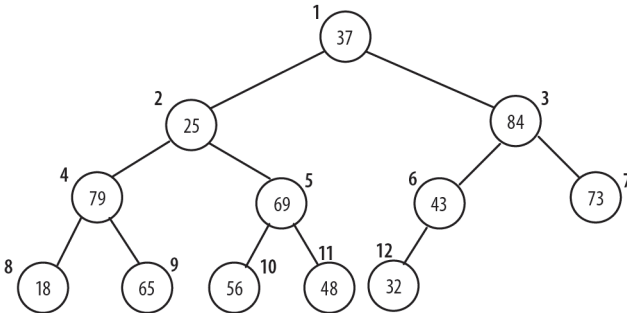
Zaczynamy od elementu o indeksie `root`: wartość `key` jest wstawiana do tablicy `num` w taki sposób, że `num[root]` będzie korzeniem kopca.

Dysponując tablicą wartości `num[1]` do `num[n]`, możemy utworzyć kopiec, postępując w sposób opisany następującym pseudokodem.

```
for h = n/2 downto 1 do // n/2 jest ostatnim wierzchołkiem, który nie jest liściem
    siftDown(num[h], num, h, n);
```

Teraz zajmijmy się napisaniem metody `siftDown`.

Przeanalizujemy kopiec przedstawiony na rysunku 9.5.



Rysunek 9.5. Kopiec, z wyjątkiem wierzchołków o numerach 1 i 2

Wszystkie wierzchołki, z wyjątkiem 1. i 2., spełniają warunki kopca, czyli są większe od swoich dzieci lub im równe. Załóżmy, że chcemy sprawić, by wierzchołek 2. stał się korzeniem kopca. Aktualnie umieszczona w nim liczba 25 jest mniejsza od jego dzieci (którymi są liczby 79 i 69). Chcemy zatem napisać metodę `siftDown` tak, by poniższe wywołanie doprowadziło do utworzenia kopca:

```
siftDown(26, num, 2, 12)
```

W powyższym wywołaniu 25 jest wartością parametru `key`, `num` jest tablicą, 2 jest indeksem korzenia, a 12 indeksem ostatniego przetwarzanego elementu tablicy.

Po zakończeniu wywołania każdy z wierzchołków, od 2. do 12., będzie korzeniem kopca, a następujące wywołanie sprawi, że cała tablica będzie kopcem:

```
siftDown(37, num, 1, 12)
```

Zarys działania metody `siftDown` można opisać w następujący sposób.

```
znajdujemy większe z dzieci wierzchołka num[root]; //załóżmy, że jest to wierzchołek m
if (key >= num[m]) gotowe; zapisujemy key w num[root]
//wartość key jest mniejsza od większego z dzieci
zapisujemy num[m] w num[root] // wybieramy większe z dzieci
ustawiamy root na m
```

Ten proces jest powtarzamy tak długo, jak długo wartość wierzchołka `root` jest większa od wartości jego dzieci bądź też wierzchołek ten nie będzie mieć dzieci. Poniżej przedstawiono kod metody `siftDown`.

```
public static void siftDown(int key, int[] num, int root, int last) {
    int bigger = 2 * root;
    while (bigger <= last) { //dopóki jest co najmniej jedno dziecko
        if (bigger < last) //istnieje także prawe dziecko; znajdujemy większe
            if (num[bigger+1] > num[bigger]) bigger++;
        //bigger' zawiera indeks większego dziecka
        if (key >= num[bigger]) break;
        //wartość key jest mniejsza; wybieramy num[bigger]
        num[root] = num[bigger];
        root = bigger;
        bigger = 2 * root;
    }
    num[root] = key;
} //koniec siftDown
```

Teraz możemy już napisać kod metody `heapSort`; oto on.

```
public static void heapSort(int[] num, int n) {
    //sortujemy zakres tablicy od num[1] do num[n]
    //przekształcamy tablicę w kopiec
```

```

for (int k = n / 2; k >= 1; k--) siftDown(num[k], num, k, n);

for (int k = n; k > 1; k--) {
    int item = num[k]; //pobieramy aktualnie ostatni element
    num[k] = num[1]; //przenosimy wierzchołek kopca do ostatniego elementu
    siftDown(item, num, 1, k-1); //odtworzamy warunek kopca w zakresie od 1 do k-1
}
} //koniec heapSort

```

Działanie metody heapSort możemy sprawdzić przy użyciu programu P9.1.

Program P9.1

```

import java.io.*;
public class HeapSortTest {
    public static void main(String[] args) throws IOException {
        int[] num = {0, 37, 25, 43, 65, 48, 84, 73, 18, 79, 56, 69, 32};
        int n = 12;
        heapSort(num, n);
        for (int h = 1; h <= n; h++) System.out.printf("%d ", num[h]);
        System.out.printf("\n");
    }

    public static void heapSort(int[] num, int n) {
        //sortujemy zakres tablicy od num[1] do num[n]
        //przekształcamy tablicę w kopiec
        for (int k = n / 2; k >= 1; k--) siftDown(num[k], num, k, n);

        for (int k = n; k > 1; k--) {
            int item = num[k]; //pobieramy aktualnie ostatni element
            num[k] = num[1]; //przenosimy wierzchołek kopca do ostatniego elementu
            siftDown(item, num, 1, k-1); //odtworzamy warunek kopca w zakresie od 1 do k-1
        }
    } //koniec heapSort

    public static void siftDown(int key, int[] num, int root, int last) {
        int bigger = 2 * root;
        while (bigger <= last) { //dopóki jest co najmniej jedno dziecko
            if (bigger < last) //istnieje także prawe dziecko; znajdujemy większe
                if (num[bigger+1] > num[bigger]) bigger++;
            //bigger zawiera indeks większego dziecka
            if (key >= num[bigger]) break;
            //wartość key jest mniejsza; wybieramy num[bigger]
            num[root] = num[bigger];
            root = bigger;
            bigger = 2 * root;
        }
        num[root] = key;
    } //koniec siftDown
} //koniec klasy HeapSortTest

```

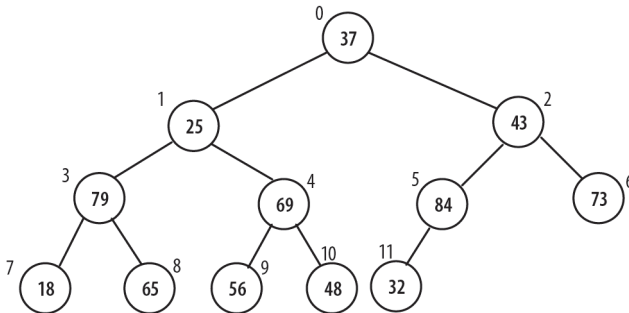
Po uruchomieniu program P9.1 wygeneruje następujące wyniki (elementy num[1] do num[12] zostaną posortowane).

18 25 32 37 43 48 56 65 69 73 79 84

Uwaga programistyczna: w przedstawionej postaci metoda heapSort sortuje tablicę, przy założeniu, że n elementów zostało zapisanych w niej, zaczynając od indeksu 1 do n . Gdyby wartości miały być zapisywane w komórkach o indeksach od 0 do $n-1$, konieczne byłoby wprowadzenie stosownych zmian, odpowiadających następującym obserwacjom.

- Korzeniem drzewa jest element $\text{num}[0]$.
- Lewym dzieckiem wierzchołka h jest wierzchołek $2h+1$, jeśli $2h+1 < n$.
- Prawym dzieckiem wierzchołka h jest wierzchołek $2h+2$, jeśli $2h+2 < n$.
- Rodzicem wierzchołka h jest wierzchołek $(h-1)/2$ (przy czym jest to dzielenie całkowite).
- Ostatnim wierzchołkiem, który nie jest liściem, jest wierzchołek $(n-2)/2$ (przy czym jest to dzielenie całkowite).

Wszystkie te obserwacje można zweryfikować, analizując drzewo ($n = 12$) przedstawione na rysunku 9.6.



Rysunek 9.6. Drzewo binarne zapisane w tablicy zaczyna się od elementu o indeksie 0

Zachęcamy do napisania metody heapSort w taki sposób, by sortowała tablicę w zakresie $\text{num}[0..n-1]$. W ramach podpowiedzi należy zwrócić uwagę, że jedyną zmianą, jaką trzeba w tym celu wprowadzić w kodzie metody siftDown, jest sposób obliczania wartości zmiennej bigger — zamiast $2 * \text{root}$ należy użyć wyrażenia $2 * \text{root} + 1$.

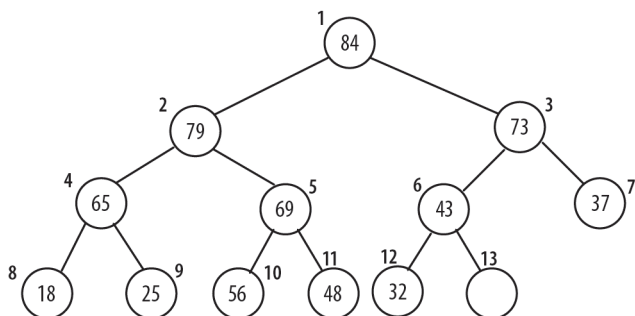
9.2. Budowanie kopca przy użyciu metody siftUp

Przeanalizujemy problem dodawania nowego wierzchołka do istniejącego kopca. Konkretnie rzecz biorąc, założymy, że elementy tablicy $\text{num}[1]$ do $\text{num}[n]$ zawierają kopiec. Chcemy dodać do niego nową liczbę newKey , w taki sposób, by $\text{num}[1]$ do $\text{num}[n+1]$ tworzyły kopiec zawierający wartość newKey . Zakładamy przy tym, że tablica zawierająca kopiec jest na tyle duża, by można w niej umieścić nowy klucz.

Założymy np., że dysponujemy kopcem przedstawionym na rysunku 9.7 i chcemy dodać do niego liczbę 40. Po dodaniu kolejnej liczby tablica będzie zawierać 13 elementów. Przyjmujemy, że liczba 40 została początkowo umieszczona w komórce $\text{num}[13]$ (jednak na razie jeszcze jej nie zapisujemy w komórce) i porównujemy ją z rodzicem, czyli liczbą 43 umieszczoną w komórce $\text{num}[6]$. Ponieważ 40 jest mniejsze od 43, zatem warunek kopca jest spełniony, a my możemy umieścić nową liczbę w komórce $\text{num}[13]$, co zakończy proces dodawania.

Założymy jednak, że chcemy dodać do kopca liczbę 80. Ponownie wyobrażamy sobie, że umieszczamy ją w komórce $\text{num}[13]$ (choć jeszcze tego nie robimy) i porównujemy z rodzicem, czyli komórką $\text{num}[6]$ zawierającą wartość 43. Ponieważ 80 jest większe od 43, zatem przenosimy 43 do $\text{num}[13]$ i wyobrażamy sobie, że zapisujemy liczbę 80 w komórce $\text{num}[6]$.

Następnie porównujemy 80 z wartością nowego rodzica — wartością komórki $\text{num}[3]$ — czyli z liczbą 73. Ponieważ 80 jest większe, zatem przenosimy 43 do komórki $\text{num}[6]$ i wyobrażamy sobie, że zapisujemy 80 w komórce $\text{num}[3]$.

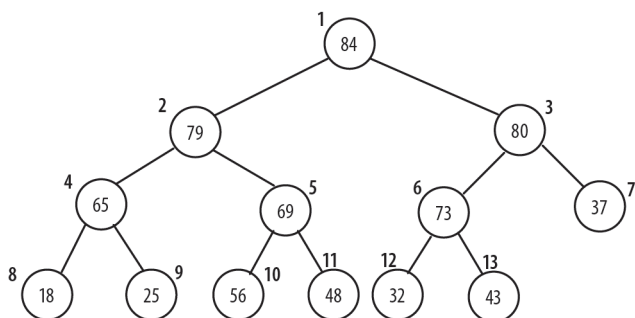


Rysunek 9.7. Kopiec, do którego dodamy nowy element

W końcu porównujemy 80 z wartością nowego rodzica — wartością komórki `num[1]` — czyli z liczbą 84. Ponieważ liczba 80 jest mniejsza, zatem zapisujemy ją w `num[3]` i przetwarzanie zostaje zakończone.

Należy zwrócić uwagę, że gdybyśmy do kopca dodawali liczbę 90, wartość 84 zostałaby przeniesiona do komórki `num[3]`, a 90 została zapisana w komórce `num[1]`. W ten sposób nowy element stanie się największą wartością kopca.

Na rysunku 9.8 przedstawiono kopiec po dodaniu do niego liczby 80.



Rysunek 9.8. Kopiec po dodaniu liczby 80

Poniższy kod pozwala dodać wartość `newKey` do kopca zapisanego w tablicy `num`, w zakresie `num[1]` do `num[n]`.

```

child = n + 1;
parent = child / 2;
while (parent > 0) {
    if (newKey <= num[parent]) break;
    num[child] = num[parent]; //przenosimy rodzica w dół
    child = parent;
    parent = child / 2;
}
num[child] = newKey;
n = n + 1;
    
```

Opisany powyżej proces jest zazwyczaj określany jako **przesiewanie w górę** (ang. *sifting up*). Możemy przepisać go w formie metody `siftUp`. Zakładamy, że do metody będzie przekazywana tablica `heap[1..n]`, taka że `heap[1..n-1]` zawiera kopiec, a `heap[n]` zawiera element do „przesiania w górę”. W efekcie metoda ma zapewnić, że tablica `heap[1..n]` będzie zawierać kopiec. Innymi słowy, element `heap[n]` pełni rolę zmiennej `newKey` z powyższych rozważań.

Kod metody `siftUp` przedstawimy jako fragment programu P9.2, który tworzy kopiec na podstawie liczb odczytywanych z pliku `heap.in`.

Program P9.2

```

import java.io.*;
import java.util.*;
public class SiftUpTest {
    final static int MaxHeapSize = 100;
    public static void main (String[] args) throws IOException {
        Scanner in = new Scanner(new FileReader("heap.in"));
        int[] num = new int[MaxHeapSize + 1];
        int n = 0, number;

        while (in.hasNextInt()) {
            number = in.nextInt();
            if (n < MaxHeapSize) { //sprawdzamy, czy tablica jest dostatecznie duża
                num[++n] = number;
                siftUp(num, n);
            }
        }

        for (int h = 1; h <= n; h++) System.out.printf("%d ", num[h]);
        System.out.printf("\n");
        in.close();
    } //koniec main

    public static void siftUp(int[] heap, int n) {
        //heap[1] do heap[n-1] zawiera kopiec
        //przesiewamy wartość heap[n] w górę kopca, tak by heap[1..n] zawierała kopiec
        int siftItem = heap[n];
        int child = n;
        int parent = child / 2;
        while (parent > 0) {
            if (siftItem <= heap[parent]) break;
            heap[child] = heap[parent]; //przenosimy rodzica w dół
            child = parent;
            parent = child / 2;
        }
        heap[child] = siftItem;
    } //koniec siftUp
} //koniec klasy SiftUpTest

```

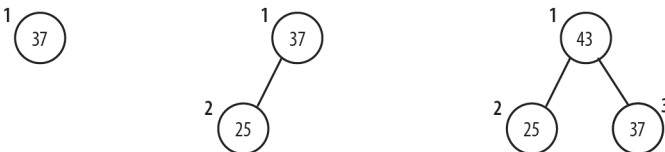
Żałujemy, że plik *heap.in* zawiera następujące liczby:

37 25 43 65 48 84 73 18 79 56 69 32

Program P9.2 zbuduje kopiec (opisany poniżej) i wyświetli następujące wyniki.

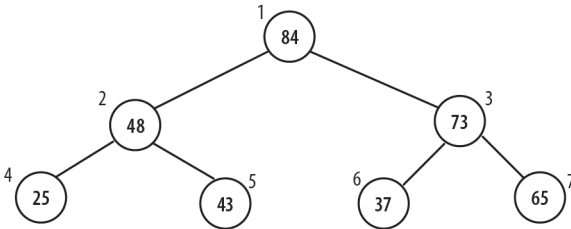
84 79 73 48 69 37 65 18 25 43 56 32

Po wczytaniu liczb 37, 25 oraz 43 kopiec będzie miał postać przedstawioną na rysunku 9.9.



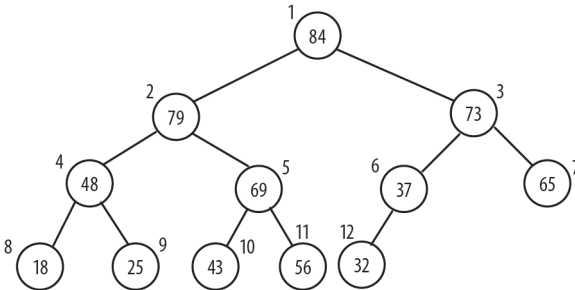
Rysunek 9.9. Kopiec po przetworzeniu liczb 37, 25 i 43

Po wczytaniu kolejnych liczb, takich jak 65, 48, 84 i 73, kopiec przyjmie postać przedstawioną na rysunku 9.10.



Rysunek 9.10. Kopiec po przetworzeniu liczb 65, 48, 84 i 73

Po wczytaniu kolejnych liczb, 18, 79, 56, 69 i 32, kopiec przyjmie postać przedstawioną na rysunku 9.11.



Rysunek 9.11. Ostateczna postać kopca po przetworzeniu liczb 18, 79, 56, 69 i 32

Warto zwrócić uwagę, że kopiec z rysunku 9.11 jest inny niż przedstawiony na rysunku 9.3, choć oba zostały utworzone na podstawie tych samych liczb. Nie zmieniło się jednak to, że największa z liczb umieszczonych w kopcu, czyli 84, znajduje się w jego korzeniu.

Jeśli wartości zostały już zapisane w tablicy `num[1..n]`, możemy przekształcić je w kopiec, używając następującego wywołania:

```
for (int k = 2; k <= n; k++) siftUp(num, k);
```

9.3. Analiza algorytmu sortowania przez kopcowanie

Która z metod, `siftUp` czy `siftDown`, lepiej nadaje się do tworzenia kopca? Trzeba pamiętać, że w większości przypadków liczba przesunięć wierzchołka wyniesie $\log_2 n$.

W metodzie `siftDown` przetwarzamy $n/2$ wierzchołków i w ramach każdego etapu wykonujemy dwa porównania: jedno, by znaleźć większe dziecko, i drugie, by porównać je z wartością wierzchołka. Uproszczona analiza pokazuje, że w najgorszym przypadku będziemy musieli wykonać $2 * n/2 * \log_2 n = n \log_2 n$ porównań. Jednak nieco bardziej dokładna analiza pozwala wykazać, że konieczne będzie wykonanie co najwyżej $4n$ porównań.

W metodzie `siftUp` przetwarzamy $n-1$ wierzchołków. W każdym z etapów wykonujemy jedno porównanie: wierzchołka z jego rodzicem. Uproszczona analiza pokazuje, że w najgorszym przypadku wykonamy $(n-1) \log_2 n$ porównań. Może się jednak zdarzyć, że wszystkie węzły będą musiały przebyć całą drogę, aż do korzenia drzewa. W takim przypadku mamy $n/2$ wierzchołków, które muszą przebyć drogę o długości $\log_2 n$, co daje łączną liczbę $(n/2) \log_2 n$ porównań. A powyższe rozważania dotyczą wyłącznie liści. Ostatecznie szczegółowa analiza pokazuje, że łączna liczba porównań wykonywanych przez metodę `siftUp` wynosi w przybliżeniu $n \log_2 n$.

Ta różnica w wydajności jest związana z faktem, że w metodzie `siftDown` nie trzeba wykonywać żadnych operacji dla połowy wierzchołków (liści), natomiast metoda `siftUp` właśnie dla tych wierzchołków musi wykonać większość operacji.

Niezależnie od tego, której metody użyjemy do utworzenia początkowego kopca, algorytm sortowania przez kopcowanie posortuje tablicę o wielkości n , wykonując przy tym co najwyżej $2n \log_2 n$ porównań oraz $n \log_2 n$ operacji przypisania. To bardzo szybki algorytm. Co więcej, jest to algorytm *stabilny*, w tym znaczeniu, że jego najgorsza wydajność zawsze wynosi $2n \log_2 n$, niezależnie od początkowej kolejności elementów w tablicy.

Aby unaocnić, jak szybkie jest sortowanie przez kopcowanie (oraz wszystkie inne algorytmy sortowania o złożoności rzędu $O(n \log_2 n)$, takie jak sortowanie szybkie lub sortowanie przez scalanie), porównajmy go z algorytmem sortowania przez wybieranie, który podczas sortowania tablicy n -elementowej wykonuje około $1/2n^2$ porównań. Wyniki tego porównania przedstawiono w tabeli 9.1.

Tabela 9.1. Porównanie sortowania przez kopcowanie z sortowaniem przez wybieranie

n	wybieranie (porówn.)	kopcowanie (porówn.)	wybieranie (w sekundach)	kopcowanie (w sekundach)
100	5000	1329	0,005	0,001
1000	500 000	19 932	0,5	0,020
10 000	50 000 000	265 754	50	0,266
100 000	5 000 000 000	3 321 928	5000	3,322
1 000 000	500 000 000 000	39 863 137	500 000	39,863

W drugiej oraz trzeciej kolumnie pokazano liczbę porównań, które należy wykonać. Z kolei w ostatnich dwóch kolumnach przedstawiono czasy wykonania każdej z metod (wyrażone w sekundach), przy założeniu, że komputer jest w stanie wykonać milion porównań na sekundę. Aby np. posortować milion elementów, sortowanie przez wybieranie będzie potrzebować 500 tysięcy sekund (prawie 6 dni!), natomiast sortowanie przez kopcowanie poradzi sobie z tym w ciągu niespełna 40 sekund.

9.4. Kopce i kolejki priorytetowe

Kolejka priorytetowa to kolejka, w której poszczególnym elementom są przypisywane pewne „priorytety” określające położenie danego elementu w kolejce. Element z najwyższym priorytetem jest umieszczany na początku kolejki. Poniżej przedstawiono kilka typowych operacji wykonywanych na kolejkach priorytetowych.

- Usunięcie (udostępnienie) elementu o najwyższym priorytecie.
- Dodanie elementu o podanym priorytecie.
- Usunięcie (usunięcie bez udostępniania) elementu z kolejki.
- Zmiana priorytetu elementu i aktualizacja jego położenia zgodnie z nowym priorytetem.

Priorytet możemy sobie wyobrazić jako liczbę całkowitą — im wyższa liczba, tym wyższy priorytet.

Od razu możemy zgadnąć, że jeśli zaimplementujemy taką kolejkę jako kopiec maksymalny, element o najwyższym priorytecie znajdzie się w jego korzeniu, dzięki czemu bardzo łatwo będzie można go usunąć. Reorganizacja kopca będzie wymagać „przesiania w dół” ostatniego elementu z korzenia kopca.

Dodanie nowego elementu będzie wymagać umieszczenia go za aktualnie ostatnim elementem kopca i przesiania w górę, aż do momentu określenia właściwego położenia.

Aby usunąć z kolejki dowolny element, konieczna będzie znajomość jego położenia. Sam proces usunięcia będzie polegał na zamienieniu usuwanego elementu z aktualnie ostatnim elementem kopca, a następnie przesianiu go w górę, aż do określenia właściwego położenia. W efekcie kopiec zmniejszy się o jeden element.

Jeśli zmienimy priorytet elementu, może się okazać, że konieczne jest przesianie go w górę lub w dół, w celu umieszczenia w odpowiednim położeniu. Oczywiście, w zależności od zmiany, może się okazać, że element pozostanie w swoim oryginalnym położeniu.

W wielu sytuacjach (np. w kolejkach zadań stosowanych w systemach wielozadaniowych) priorytet zadania może się zwiększać z upływem czasu, dzięki czemu w końcu zostanie ono wykonane. W takich sytuacjach po każdej zmianie priorytetu zadanie jest przesuwane coraz bliżej korzenia kopca; jak można się domyślić, wymaga to jedynie przesiania elementów w górę.

W typowych rozwiązaniach informacje o elementach kolejki priorytetowej są przechowywane w innej strukturze danych, w której można je łatwo odnaleźć, np. w drzewie binarnym. Jedno pole wierzchołka będzie zawierać indeks elementu tablicy używanej do przechowywania kolejki priorytetowej.

Kontynuując przykład priorytetowej kolejki zadań, załóżmy, że chcemy dodać do niej nowy element. Możemy przeszukać drzewo na podstawie np. numeru zadania i dodać dany element do drzewa. Wartość jego priorytetu posłuży do określenia miejsca w kolejce, w którym zadanie będzie umieszczone. Położenie to zostanie następnie zapisane w wierzchołku drzewa.

Jeśli później priorytet zadania ulegnie zmianie, zmienione zostanie także położenie zadania w kolejce, a jego nowe położenie ponownie będzie zapisane w wierzchołku drzewa. Warto zwrócić uwagę, że zmiana położenia tego elementu może także powodować zmianę położenia innych elementów w kolejce (które będą przesuwane w górę lub w dół kopca), zatem także dla tych elementów konieczne będzie przeprowadzenie aktualizacji drzewa.

9.5. Sortowanie listy elementów przy użyciu sortowania szybkiego

U podstaw algorytmu sortowania szybkiego (ang. *quicksort*) leży idea *podziału listy* na dwie części, względem pewnego, wybranego elementu, nazywanego **elementem rozdzielającym** (ang. *pivot*). Załóżmy np., że naszym zadaniem jest posortowanie następującej tablicy liczb.

num

53	12	98	63	18	32	80	46	72	21
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Taką tablicę możemy *podzielić* względem pierwszej wartości, 53. Oznacza to umieszczenie wartości 53 w takim miejscu, że wszystkie wartości znajdujące się w tablicy na lewo od niej będą mniejsze, a znajdujące się na prawo będą od niej większe lub jej równe. Innymi słowy, algorytm podziału tablicy num opiszemy w następujący sposób.

num

21	12	18	32	46	53	80	98	72	63
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Wartość 53 służy jako *element rozdzielający*. Zostaje umieszczona w komórce o numerze 6. Wszystkie wartości na lewo od 53 są od niej mniejsze, a wszystkie wartości na prawo są od niej większe. Miejsce, w którym jest umieszczony element rozdzielający, nosi nazwę **punktu podziału** (ang. *division point*; oznaczmy je jako *dp*). Z definicji wartość 53 znajduje się już w swoim docelowym, posortowanym położeniu.

Jeśli będziemy w stanie posortować fragmenty tablicy $\text{num}[1..dp-1]$ oraz $\text{num}[dp+1..n]$, to będziemy mogli posortować ją całą. Jednak do wykonania tego sortowania możemy zastosować ten sam proces, a to oznacza, że sortowanie można zaimplementować w formie rozwiązania rekurencyjnego.

Zakładając, że dysponujemy funkcją `partition`, która dzieli podany fragment tablicy i zwraca jego punkt podziału, funkcję `quicksort` możemy napisać w następujący sposób.

```
public static void quicksort(int[] A, int lo, int hi) {
//sortuje A[lo] do A[hi] w kolejności rosnącej
    if (lo < hi) {
        int dp = partition(A, lo, hi);
        quicksort(A, lo, dp-1);
        quicksort(A, dp+1, hi);
    }
} //koniec quicksort
```

Wywołanie `quicksort(num, 1, n)` posortuje tablicę `num[1..n]` w kolejności rosnącej.

Teraz przyjrzymy się, jak można napisać funkcję `partition`. Załóżmy, że dysponujemy następującą tablicą:

num									
53	12	98	63	18	32	80	46	72	21
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Spróbujemy podzielić ją względem wartości `num[1]`, czyli liczby 53 (elementu rozdzielającego), przechodząc przy tym tablicę tylko jeden raz. Kolejno odczytamy wartości poszczególnych elementów tablicy. Jeśli dany element będzie większy do elementu rozdzielającego, nie robimy nic. Jeśli będzie mniejszy, przeniesiemy go na lewą stronę tablicy. Początkowo zmiennej `lastSmall` przypisujemy wartość 1; w trakcie dalszego działania metody zmienna ta będzie przechowywać indeks ostatniego znanego elementu tablicy, który jest mniejszy od elementu rozdzielającego. Proces podziału tablicy `num` przebiega w następujący sposób.

1. Porównujemy 12 z 53, ponieważ jest mniejsze, dodajemy 1 do wartości `lastSmall` (czyli zmienna ta przyjmie wartość 2) i zamieniamy element `num[2]` z nim samym.
2. Porównujemy 98 z 53; ponieważ 98 jest większe, przechodzimy do następnego elementu.
3. Porównujemy 63 z 53; ponieważ 63 jest większe, przechodzimy do następnego elementu.
4. Porównujemy 18 z 53; ponieważ 18 jest mniejsze, dodajemy 1 do `lastSmall` (zmienna ta będzie mieć aktualnie wartość 3) i zamieniamy `num[3]` (czyli 98) z 18.

Na tym etapie tablica ma postać:

num									
53	12	18	63	98	32	80	46	72	21
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5. Porównujemy 32 z 53; ponieważ 32 jest mniejsze, dodajemy 1 do `lastSmall` (zmienna ta będzie mieć aktualnie wartość 4) i zamieniamy `num[4]` (czyli 63) z 32.
6. Porównujemy 80 z 53; ponieważ 80 jest większe, przechodzimy do następnego elementu.
7. Porównujemy 46 z 53; ponieważ 46 jest mniejsze, dodajemy 1 do `lastSmall` (zmienna ta będzie mieć aktualnie wartość 5) i zamieniamy `num[5]` (czyli 98) z 46.

Na tym etapie tablica ma postać:

num									
53	12	18	32	46	63	80	98	72	21
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

8. Porównujemy 72 z 53; ponieważ 72 jest większe, przechodzimy do następnego elementu.
9. Porównujemy 21 z 53; ponieważ 21 jest mniejsze, dodajemy 1 do `lastSmall` (zmienna ta będzie mieć aktualnie wartość 6) i zamieniamy `num[6]` (czyli 63) z 21.
10. Dotarliśmy do końca tablicy; zamieniamy `num[1]` z `num[lastSmall]`; przenosimy tym samym element rozdzielający w jego docelowe, posortowane położenie (w naszym przykładzie będzie to komórka o numerze 6).

W efekcie uzyskujemy tablicę o następującej zawartości.

num									
21	12	18	32	46	53	80	98	72	63
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Punkt podziału jest wskazywany przez wartość zmiennej `lastSmall` (czyli 6).

Metodę działającą zgodnie z powyższym opisem zaimplementujemy jako funkcję `partition1`. Jej kod przedstawiono jako fragment programu P9.3, którego można użyć do przetestowania działania obu zaprezentowanych wcześniej metod, czyli `quicksort` oraz `partition1`.

Program P9.3

```
import java.io.*;
public class QuicksortTest {

    public static void main(String[] args) throws IOException {
        int[] num = {0, 37, 25, 43, 65, 48, 84, 73, 18, 79, 56, 69, 32};
        int n = 12;
        quicksort(num, 1, n);
        for (int h = 1; h <= n; h++) System.out.printf("%d ", num[h]);
        System.out.printf("\n");
    }

    public static void quicksort(int[] A, int lo, int hi) {
        //sortuje A[lo] do A[hi] w kolejności rosnącej
        if (lo < hi) {
            int dp = partition1(A, lo, hi);
            quicksort(A, lo, dp-1);
            quicksort(A, dp+1, hi);
        }
    } //koniec quicksort

    public static int partition1(int[] A, int lo, int hi) {
        //dzieli A[lo] do A[hi], używając A[lo] jako elementu rozdzielającego
        int pivot = A[lo];
        int lastSmall = lo;
        for (int j = lo + 1; j <= hi; j++)
            if (A[j] < pivot) {
                ++lastSmall;
                swap(A, lastSmall, j);
            }
        //koniec for
        swap(A, lo, lastSmall);
        return lastSmall; //zwracamy punkt podziału
    } //koniec partition1

    public static void swap(int[] list, int i, int j) {
        //funkcja zamienia elementy list[i] oraz list[j]
        int hold = list[i];
        list[i] = list[j];
        list[j] = hold;
    }

} //koniec klasy QuicksortTest
```

Po wykonaniu program P9.3 wyświetli następujące wyniki (pokazujące, że elementy tablicy od `num[1]` do `num[12]` zostały posortowane).

18 25 32 37 43 48 56 65 69 73 79 84

Sortowanie szybkie jest jednym z tych algorytmów sortowania, których wydajność może się wahać w granicach od bardzo dużej do bardzo małej. Zazwyczaj algorytm ten ma złożoność rzędu $O(n \log_2 n)$, a dla danych losowych liczba porównań waha się w granicach pomiędzy $n \log_2 n$ a $3n \log_2 n$. Jednak może ona być znacznie większa.

Idea działania tego algorytmu polega na podzieleniu sortowanego fragmentu na dwie stosunkowo równe części. To, czy uda się to zrobić, czy nie, w znacznej mierze zależy od tego, jaka wartość zostanie wybrana na element rozdzielający.

W przedstawionej funkcji jako element rozdzielający wybieramy pierwszy element sortowanego zakresu. Takie rozwiązanie sprawdzi się w większości przypadków, a zwłaszcza podczas sortowania danych losowych. Jeśli jednak pierwszy element okaże się najmniejszym elementem sortowanego zakresu, cała operacja podziału stanie się bezużyteczna, gdyż element rozdzielający znajdzie się na jego pierwszym miejscu. „Lewa” część zakresu będzie pusta, a „prawa” będzie tylko o jeden element mniejsza od aktualnie sortowanego zakresu. Podobnie stanie się, gdy elementem rozdzielającym okaże się największy element sortowanego zakresu.

Choć nawet w takich przypadkach algorytm sortowania szybkiego spełni swoje zadanie, to jednak będzie działał znacząco wolniej. Jeśli np. tablica będzie już posortowana, sortowanie szybkie będzie działać równie wolno jak sortowanie przez wybieranie.

Jednym z rozwiązań tego problemu jest wybranie jako elementu rozdzielającego losowego elementu tablicy, a nie pierwszego. Choć także w tym przypadku istnieje możliwość trafienia na element najmniejszy (lub największy), jednak stanie się to wyłącznie przez przypadek.

Jeszcze innym rozwiązaniem jest użycie jako elementu rozdzielającego mediany pierwszego ($A[l_0]$), ostatniego ($A[hi]$) oraz środkowego ($A[(l_0+hi)/2]$) elementu zakresu.

Sugerujemy, żeby spróbować przetestowania różnych sposobów wyboru elementu rozdzielającego.

Przeprowadzone eksperymenty pokazały, że wybór losowego elementu tablicy jako elementu rozdzielającego był szybki i dawał dobre efekty nawet w przypadku sortowania już posortowanych danych. W rzeczywistości, w wielu przypadkach takie rozwiązanie będzie działać szybciej na danych posortowanych niż na danych losowych, co w przypadku algorytmu sortowania szybkiego jest niezwykle wynikiem.

Jedną z możliwych wad algorytmu sortowania szybkiego jest to, że zależnie od sortowanych danych narzuty związane z wykonywaniem wywołań rekurencyjnych mogą być wysokie. W punkcie 9.5.2 pokazano, jak można zminimalizować to zagrożenie. Z drugiej strony, wielką zaletą tego algorytmu jest niewielkie wykorzystanie dodatkowej pamięci. Warto to porównać z algorytmem mergesort (sortowaniem przez scalanie, także rekurencyjnym), wymagającym znacznie więcej dodatkowego miejsca (dokładnie tyle samo, ile wynosi wielkość sortowanej tablicy), którego używa do scalenia sortowanych fragmentów. Żadnej z tych wad nie ma natomiast algorytm sortowania przez kopcowanie. Nie jest to algorytm rekurencyjny i wymaga bardzo niewiele dodatkowej pamięci. Poza tym, zgodnie z informacjami podanymi w podrozdziale 9.3, sortowanie przez kopcowanie jest *stabilne*, pod tym względem, że jego wydajność w najgorszym razie wynosi $2n \log_2 n$ i to niezależnie od porządku elementów w sortowanej tablicy.

9.5.1. Inny sposób podziału

Cel podziału sortowanego zakresu tablicy — czyli utworzenie dwóch części, takich że wszystkie elementy w lewej będą mniejsze od wszystkich elementów w prawej — można uzyskać na wiele sposobów. Pierwsza metoda, przedstawiona wcześniej, umieszczała element rozdzielający w jego docelowym położeniu. Dla odmiany przeanalizujemy teraz nieco inny sposób podziału. Choć także on przeprowadza podział względem elementu rozdzielającego, to jednak *nie umieszcza* go w docelowym położeniu. Jak się jednak przekonamy, nie będzie to żadnym problemem.

Ponownie założmy, że dysponujemy tablicą $num[1..n]$, gdzie $n = 10$.

num

53	12	98	63	18	32	80	46	72	21
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Jako element rozdzielający wybieramy element 53. Ogólna idea polega na tym, by przeglądać tablicę, zaczynając od prawej, i szukać w niej klucza o wartości mniejszej lub równej wartości elementu rozdzielającego. Następnie tablica jest przeglądana od lewej, w poszukiwaniu klucza, który jest większy lub równy wartości elementu rozdzielającego. W końcu obie te wartości są zamieniane miejscami. Proces ten w efekcie powoduje, że wartości mniejsze są umieszczane z lewej, a większe z prawej strony sortowanego fragmentu tablicy.

Zastosujemy dwie zmienne, lo oraz hi , które będą oznaczały położenie z lewej oraz z prawej. Początkowo zmiennej lo przypisujemy wartość 0, a zmiennej hi wartość 11 ($n+1$). Następnie powtarzamy następujące czynności.

1. Odejmujemy 1 od hi (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 10).
2. Porównujemy $num[hi]$, czyli 21, z 53; ponieważ 21 jest mniejsze, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od prawej na $hi = 10$.
3. Dodajemy 1 do lo (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 1).
4. Porównujemy $num[lo]$, czyli 53, z 53; ponieważ 53 nie jest mniejsze, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od lewej na $lo = 1$.
5. lo (1) jest mniejsze od hi (10), czyli zamieniamy $num[lo]$ z $num[hi]$.
6. Odejmujemy 1 od hi (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 9).
7. Porównujemy $num[hi]$, czyli 72, z 53; ponieważ 72 jest większe, zmniejszamy wartość hi o 1 (przez co zmienna ta przyjmie wartość 8). Porównujemy $num[hi]$, czyli 46, z 53, ponieważ 46 jest mniejsze, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od prawej na $hi = 8$.
8. Dodajemy 1 do lo (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 2).
9. Porównujemy $num[lo]$, czyli 12, z 53; ponieważ 12 jest mniejsze, dodajemy 1 do lo (zmienna ta przyjmuje wartość 3). Porównujemy $num[lo]$, czyli 98, z 53; ponieważ 98 jest większe, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od lewej na $lo = 3$.
10. lo (3) jest mniejsze od hi (8), czyli zamieniamy $num[lo]$ z $num[hi]$.

Na tym etapie działania zmienna $lo = 3$, zmienna $hi = 8$, a zawartość tablicy num ma postać:

num

21	12	46	63	18	32	80	98	72	53
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11. Odejmujemy 1 od hi (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 7).
12. Porównujemy $num[hi]$, czyli 80, z 53; ponieważ 80 jest większe, zmniejszamy wartość hi o 1 (przez co zmienna ta przyjmie wartość 6). Porównujemy $num[hi]$, czyli 32, z 53, ponieważ 32 jest mniejsze, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od prawej na $hi = 6$.
13. Dodajemy 1 do lo (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 4).
14. Porównujemy $num[lo]$, czyli 63, z 53; ponieważ 63 jest większe, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od lewej na $lo = 4$.
15. lo (4) jest mniejsze od hi (6), czyli zamieniamy $num[lo]$ z $num[hi]$, uzyskując tablicę o następującej zawartości:

num

21	12	46	32	18	32	80	98	72	53
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

16. Odejmujemy 1 od hi (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 5).
17. Porównujemy $num[hi]$, czyli 18, z 53; ponieważ 18 jest mniejsze, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od prawej na $hi = 5$.
18. Dodajemy 1 do lo (czyli zmienna ta przyjmuje wartość 5).
19. Porównujemy $num[lo]$, czyli 18, z 53; ponieważ 18 jest mniejsze, dodajemy 1 do lo (zmienna ta przyjmuje wartość 6). Porównujemy $num[lo]$, czyli 63, z 53; ponieważ 63 jest większe, zatrzymujemy przeszukiwanie tablicy od lewej na $lo = 6$.
20. lo (6) *nie jest mniejsze* od hi (5), zatem algorytm kończy działanie.

Wartość zmiennej hi spełnia tę właściwość, że wartości $num[1..hi]$ są mniejsze od wartości $num[hi+1..n]$. W naszym przypadku wartości $num[1..5]$ są mniejsze od wartości $num[6..10]$. Trzeba zwrócić uwagę, że wartość 53 nie znajduje się w swoim docelowym, posortowanym położeniu. Jednak nie stanowi to większego problemu, gdyż w celu posortowania całej tablicy musimy jeszcze posortować jej fragmenty: $num[1..hi]$ oraz $num[hi+1..n]$.

Tak opisaną procedurę podziału możemy zaimplementować w formie następującej metody `partition2`.

```
public static int partition2(int[] A, int lo, int hi) {
    //funkcja zwraca punkt podziału (dp), taki że A[lo..dp] <= A[dp+1..hi]
    int pivot = A[lo];
    --lo; ++hi;
    while (lo < hi) {
        do --hi; while (A[hi] > pivot);
        do ++lo; while (A[lo] < pivot);
        if (lo < hi) swap(A, lo, hi);
    }
    return hi;
} //koniec partition2
```

W przypadku zastosowania tej metody podziału tablicy na dwie części metodę `quicksort2` możemy napisać w następujący sposób.

```
public static void quicksort2(int[] A, int lo, int hi) {
    //sortuje A[lo] do A[hi] w kolejności rosnącej
    if (lo < hi) {
        int dp = partition2(A, lo, hi);
        quicksort2(A, lo, dp);
        quicksort2(A, dp+1, hi);
    }
}
```

W metodzie `partition2` jako element rozdzielający wybieramy pierwszy element sortowanego zakresu tablicy. Jednak zgodnie z informacjami podanymi wcześniej, wybór dowolnego elementu zapewniłby lepsze wyniki. Taki losowy element można wybrać w następujący sposób:

```
swap(A, lo, random(lo, hi));
int pivot = A[lo];
```

W tym przypadku funkcja `random` będzie mieć postać:

```
public static int random(int m, int n) {
    //zwraca losową liczbę całkowitą z zakresu do m do n włącznie
    return (int) (Math.random() * (n - m + 1)) + m;
}
```

9.5.2. Nierekurencyjna wersja algorytmu sortowania szybkiego

W przedstawionych wcześniej wersjach metody quicksort po dokonaniu podziału sortowanego fragmentu tablicy ta sama metoda była wykonywana rekurencyjnie, w celu posortowania najpierw lewej, a następnie prawej części zakresu. Takie rozwiązanie spełnia się doskonale. Jednak może się zdarzyć, że dla dużych wartości n liczba wykonywanych wywołań rekurencyjnych stanie się tak duża, że wystąpi błąd „przepełnienia buforu rekurencji” (ang. *recursive stack overflow*).

Z przeprowadzonych eksperymentów wynika, że dzieje się tak dla $n = 7000$, jeśli dane były już wcześniej posortowane, a jako element rozdzielający wybrany został pierwszy element sortowanego zakresu. Jednak algorytm działał bardzo dobrze nawet dla $n = 100\,000$, kiedy elementem rozdzielającym został wybrany losowy element tablicy.

Jeszcze innym rozwiązaniem jest napisanie metody quicksort w taki sposób, by nie korzystać w niej z rekurencji. Wymaga ona umieszczenia na stosie tych elementów listy, które jeszcze nie zostały posortowane. Można wykazać, że jeśli podlista jest dzielona na dwie części, to posortowanie najpierw *mniej* z nich sprawia, że liczba elementów na stosie zostanie ograniczona niemal do $\log_2 n$.

Załóżmy np., że sortujemy tablicę $A[1..99]$, a pierwszy punkt podziału wypadł w elemencie o numerze 40. Założmy dodatkowo, że używamy metody `partition2`, która nie umieszcza elementu rozdzielającego w jego docelowym, posortowanym położeniu. A zatem w celu dokończenia sortowania musimy posortować dwa fragmenty tablicy: $A[1..40]$ oraz $A[41..99]$. Umieścimy zatem na stosie parę liczb (41, 99) i zajmiemy się posortowaniem fragmentu tablicy $A[1..40]$ (czyli krótszej podlisty).

Załóżmy, że punkt podziału fragmentu $A[1..40]$ wypadł w elemencie numer 25. Umieszczamy zatem na stosie (1, 25) i przetwarzamy w pierwszej kolejności fragment $A[26..40]$. Na tym etapie prac na stosie znajdują się dwie podlisty — (41, 99) oraz (1, 25) — którymi jeszcze musimy się zająć. Próba posortowania fragmentu $A[26..40]$ spowoduje umieszczenie na stosie kolejnej podlisty itd. W naszej implementacji algorytmu na stosie będziemy także umieszczali krótszą podlistę, jednak natychmiast będzie ona zdejmowana z niego i przetwarzana.

Wspominane wcześniej wyniki gwarantują, że na stosie nigdy nie będzie więcej niż $\log_2 99 = 7$ (po zaokrągleniu w górę) elementów. Nawet w razie sortowania $n = 1\,000\,000$ elementów mamy gwarancję, że liczba elementów umieszczonych na stosie nigdy nie przekroczy 20.

Oczywiście, tym stosem musimy zarządzać samodzielnie. Każdy element stosu będzie zawierał dwie liczby całkowite (nazwiemy je `left` i `right`), określające, że do posortowania pozostaje jeszcze zakres tablicy pomiędzy elementami `left` i `right`. Klasę `NodeData` możemy zdefiniować w następujący sposób.

```
class NodeData {
    int left, right;

    public NodeData(int a, int b) {
        left = a;
        right = b;
    }

    public static NodeData getRogueValue() {return new NodeData(-1, -1);}
} //koniec klasy NodeData
```

W programie zastosujemy implementację stosu z podrozdziału 4.3. Teraz, bazując na przedstawionych wcześniej informacjach, możemy już napisać metodę `quicksort3`. Przedstawiono ją jako fragment programu P9.4. Program ten wczytuje liczby z pliku *quick.in*, sortuje je przy użyciu metody `quicksort3`, a następnie wyświetla posortowane liczby, po dziesięć w jednym wierszu.

Program P9.4

```
import java.io.*;
import java.util.*;
public class Quicksort3Test {
    final static int MaxNumbers = 100;
```



```

public static void main (String[] args) throws IOException {
    Scanner in = new Scanner(new FileReader("quick.in"));
    int[] num = new int[MaxNumbers+1];
    int n = 0, number;

    while (in.hasNextInt()) {
        number = in.nextInt();
        if (n < MaxNumbers) num[++n] = number; //zapisujemy, jeśli w tablicy jest miejsce
    }

    quicksort3(num, 1, n);
    for (int h = 1; h <= n; h++) {
        System.out.printf("%d ", num[h]);
        if (h % 10 == 0) System.out.printf("\n"); //wyświetlamy po 10 liczb w wierszu
    }
    System.out.printf("\n");
} //koniec main

public static void quicksort3(int[] A, int lo, int hi) {
    Stack S = new Stack();
    S.push(new NodeData(lo, hi));
    int stackItems = 1, maxStackItems = 1;

    while (!S.empty()) {
        --stackItems;
        NodeData d = S.pop();
        if (d.left < d.right) { //jeśli podlista jest > 1 elementu
            int dp = partition2(A, d.left, d.right);
            if (dp - d.left + 1 < d.right - dp) { //porównujemy długości podlist
                S.push(new NodeData(dp+1, d.right));
                S.push(new NodeData(d.left, dp));
            }
            else {
                S.push(new NodeData(d.left, dp));
                S.push(new NodeData(dp+1, d.right));
            }
            stackItems += 2; //dwa elementy dodawane do stosu
        } //koniec if
        if (stackItems > maxStackItems) maxStackItems = stackItems;
    } //koniec while
    System.out.printf("Maksymalna liczba elementów na stosie: %d\n", maxStackItems);
} //koniec quicksort3

public static int partition2(int[] A, int lo, int hi) {
    //funkcja zwraca punkt podziału (dp), taki że A[lo..dp] <= A[dp+1..hi]
    int pivot = A[lo];
    --lo; ++hi;
    while (lo < hi) {
        do --hi; while (A[hi] > pivot);
        do ++lo; while (A[lo] < pivot);
        if (lo < hi) swap(A, lo, hi);
    }
    return hi;
} //koniec partition2

public static void swap(int[] list, int i, int j) {
    //funkcja zamienia elementy list[i] oraz list[j]

```

```

        int hold = list[i];
        list[i] = list[j];
        list[j] = hold;
    } //koniec swap
} //koniec klasy Quicksort3Test

class NodeData {
    int left, right;

    public NodeData(int a, int b) {
        left = a;
        right = b;
    }

    public static NodeData getRogueValue() {return new NodeData(-1, -1);}
} //koniec klasy NodeData

class Node {
    NodeData data;
    Node next;

    public Node(NodeData d) {
        data = d;
        next = null;
    }
} //koniec klasy Node

class Stack {
    Node top = null;

    public boolean empty() {
        return top == null;
    }

    public void push(NodeData nd) {
        Node p = new Node(nd);
        p.next = top;
        top = p;
    } //koniec push

    public NodeData pop() {
        if (this.empty())return NodeData.getRogueValue();
        NodeData hold = top.data;
        top = top.next;
        return hold;
    } //koniec pop
} //koniec klasy Stack

```

W metodzie `quicksort3` po wykonaniu metody `partition2` porównywane są długości obu podlist, po czym na stosie jest umieszczana najpierw dłuższa, a następnie krótsza z nich. W ten sposób krótsza lista zostanie zdjęta ze stosu jako pierwsza i przetworzona przed dłuższą.

Oprócz tego, do metody `quicksort3` dodano także instrukcje, które śledzą maksymalną liczbę elementów umieszczonych na stosie. Kiedy zastosowaliśmy program do posortowania 100 000 liczb, maksymalna liczba elementów umieszczonych na stosie wyniosła 13. To mniej niż wynosi teoretyczne maksimum, $\log_2 100000 = 17$ (po zaokrągleniu w górę).

Załóżmy, że plik *quick.in* zawiera następujące liczby:

```
43 25 66 37 65 48 84 73 60 79 56 69 32 87 23 99 85 28 14 78 39 51 44 35
46 90 26 96 88 31 17 81 42 54 93 38 22 63 40 68 50 86 75 21 77 58 72 19
```

Po uruchomieniu program P9.4 wygeneruje poniższe wyniki.

Maksymalna liczba elementów na stosie: 5

```
14 17 19 21 22 23 25 26 28 31
32 35 37 38 39 40 42 43 44 46
48 50 51 54 56 58 60 63 65 66
68 69 72 73 75 77 78 79 81 84
85 86 87 88 90 93 96 99
```

W przedstawionej postaci, nawet jeśli podlista będzie zawierać jedynie dwa elementy, metoda wykona cały proces sortowania, włącznie z przeprowadzaniem podziału, sprawdzaniem długości podlist i umieszczaniem na stosie dwóch elementów. To całkiem sporo pracy jak na posortowanie dwóch elementów.

Wydajność działania algorytmu sortowania szybkiego można dodatkowo poprawić przy użyciu jakiejś prostszej metody (takiej jak sortowanie przez wstawianie) do sortowania podlist krótszych od pewnej predefiniowanej długości (np. składających się z mniej niż 8 elementów). Warto wprowadzić taką modyfikację w metodzie `quicksort` i sprawdzić efekty dla różnych wartości predefiniowanej długości.

9.5.3. Znajdowanie k -tej najmniejszej liczby

Przeanalizujemy teraz problem znajdowania k -tej najmniejszej liczby na liście zawierającej n liczb. Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest posortowanie listy i wybranie k -tej wartości. Jeśli liczby będą zapisane w tablicy $A[1..n]$, wystarczy w tym celu pobrać z tablicy element $A[k]$.

Innym, bardziej wydajnym sposobem jest zastosowanie pomysłu podziału na części. Wykorzystamy w tym celu metodę `partition`, która umieszcza element rozdzielający w docelowym, posortowanym miejscu. Załóżmy, że dysponujemy tablicą $A[1..99]$ i przyjmijmy, że wywołanie metody `partition` zwróciło punkt podziału o wartości 40. Oznacza to, że element rozdzielający został umieszczony w komórce $A[40]$, wszystkie mniejsze liczby znajdują się po jego lewej stronie, a większe — po prawej. Innymi słowy, 40. najmniejsza wartość została umieszczona w elemencie tablicy $A[40]$. A zatem, jeśli k wynosi 40, od razu uzyskaliśmy rozwiązanie.

A co będzie, jeśli wartość k wynosi 59? Wiemy, że 40 najmniejszych liczb zajmuje zakres $A[1..40]$. W takim razie 59. liczba musi się znajdować w zakresie $A[41..99]$, więc możemy ograniczyć nasze poszukiwania do tego obszaru. Innymi słowy, jedno wywołanie metody `partition` pozwoliło wyeliminować 40 liczb. Takie rozwiązanie przypomina nieco *wyszukiwanie binarne*.

Załóżmy następnie, że wywołanie metody `partition` zwróciło wartość 65. Znamy zatem 65. najmniejszą liczbę, a 59. będzie się znajdować w zakresie $A[41..65]$. A zatem z dalszych poszukiwań możemy wykluczyć zakres $A[66..99]$. Taki proces możemy powtarzać, redukując za każdym razem wielkość zakresu tablicy, w którym znajduje się 59. najmniejsza liczba w tablicy. W końcu metoda `partition` zwróci wartość 59 i uzyskamy poszukiwaną odpowiedź.

W poniższym kodzie przedstawiono jedną z możliwych postaci metody `kthSmall`, wykorzystującą metodę `partition1`.

```
public static int kthSmall(int[] A, int k, int lo, int hi) {
//zwraca k-tą najmniejszą liczbę z zakresu od A[lo] do A[hi]
    int kShift = lo + k - 1; //przesuwa k do podanego położenia, A[lo..hi]
    if (kShift < lo || kShift > hi) return -9999;
    int dp = partition1(A, lo, hi);
    while (dp != kShift) {
        if (kShift < dp) hi = dp - 1; //k-ta najmniejsza liczba znajduje się w lewej części
        else lo = dp + 1; //k-ta najmniejsza liczba znajduje się w prawej części
    }
}
```

```

    dp = partition1(A, lo, hi);
}
return A[dp];
} //koniec kthSmall

```

Przykładowo wywołanie `kthSmall(num, 59, 1, 99)` zwróci 59. najmniejszą liczbę z zakresu `num[1..99]`. Warto jednak zauważyć, że wywołanie `kthSmall(num, 10, 30, 75)` zwróci 10. najmniejszą liczbę z zakresu `num[30..75]`.

W ramach ćwiczenia warto napisać rekurencyjną wersję metody `kthSmall`.

9.6. Sortowanie Shella (z użyciem malejących odstępów)

W sortowaniu Shella (nazwanego tak od nazwiska jego twórcy — Donalda Shella) stosuje się sekwencję *odstępów*, które zarządzają procesem sortowania. Algorytm wykonuje kilka przebiegów przez sortowaną tablicę danych, przy czym ostatni z nich sprowadza się do zwyczajnego sortowania przez wstawianie.

We wcześniejszych przebiegach sortowane są elementy rozmieszczone w określonych odstępach (np. co pięć elementów), przy czym używana jest ta sama technika sortowania przez wstawianie.

Aby np. posortować poniższą tablicę, zastosujemy trzy odstępów: 8, 3 i 1.

num

67	90	28	84	29	58	25	32	16	64	13	71	82	10	51	57
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Odstępy te są stopniowo zmniejszane (stąd określenie **sortowanie z użyciem malejących odstępów**), aż w końcu przybierają wartość 1.

Zaczynamy do odstępów o wartości 8, a zatem sortujemy co ósmy element tablicy, czyli sortujemy elementy 1. i 9., 2. i 10., 3. i 11., 4. i 12., 5. i 13., 6. i 14., 7. i 15. oraz 8. i 16. Spowoduje to przekształcenie zawartości tablicy `num` do postaci:

num

16	64	13	71	29	10	25	32	67	90	28	84	82	58	51	57
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Następnie użyjemy odstępów o wartości 3, co oznacza, że sortujemy co trzeci jej element. Innymi słowy, sortujemy elementy (1., 4., 7., 10., 13. i 16.), (2., 5., 8., 11. i 14.) oraz (3., 6., 9., 12. i 15.). Uzyskujemy w ten sposób tablicę w postaci:

num

16	28	10	25	29	13	57	32	51	71	58	67	82	64	84	90
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Należy zwrócić uwagę, że po każdym takim kroku tablica jest w coraz większym stopniu posortowana. W końcu przeprowadzamy sortowanie z odstępem o wartości 1, czyli sortujemy całą listę, nadając jej przy tym ostateczną, posortowaną postać.

num

10	13	16	25	28	29	32	51	57	58	64	67	71	82	84	90
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Można by zapytać, dlaczego na samym początku nie wykonaliśmy sortowania z odstępem 1, sortując od razu całą zawartość tablicy? Cała idea tego algorytmu polega na tym, że gdy dochodzimy już do użycia odstępów 1, tablica jest w mniejszym lub większym stopniu posortowana, a jeśli używamy przy tym metody, która lepiej działa na częściowo posortowanych danych (takiej jak sortowanie przez wstawianie), proces sortowania może być wykonany bardzo szybko. Warto sobie przypomnieć, że sortowanie przez wstawianie

może się ograniczyć do wykonania jedynie n porównań dla n elementów (jeśli dane będą już posortowane) bądź wykonać ich aż $1/2n^2$ (jeśli dane będą posortowane w kolejności malejącej, a my chcemy je posortować w kolejności rosnącej).

Gdy odstępę są duże, podlisty sortowanych liczb są niewielkie. W naszym przypadku przy odstępem o wartości 8 każda sortowana podlista składała się wyłącznie z dwóch elementów. Można oczekiwać, że małe podlisty będą sortowane szybko. Przy mniejszych odstępach liczba elementów w sortowanych podlistach rośnie. Kiedy jednak do tego dojdzie, zawartość tablicy będzie już częściowo posortowana i jeśli wykorzystamy algorytm sortowania, który potrafi wykorzystać takie uporządkowanie elementów, będziemy w stanie posortować je szybko.

W naszym rozwiązaniu do sortowania z odstępem h , przy założeniu, że h jest większe od 1, zastosujemy nieco zmodyfikowaną wersję sortowania przez wstawianie.

Kiedy w przypadku tego algorytmu dochodzimy do przetworzenia elementu $\text{num}[k]$, zakładamy, że elementy $\text{num}[1..k-1]$ są posortowane i wstawiamy element $\text{num}[k]$ w taki sposób, by elementy $\text{num}[1..k]$ były posortowane.

Założmy, że odstęp wynosi h i zastanówmy się, w jaki sposób możemy przetworzyć element $\text{num}[k]$, gdzie k jest dowolnym, prawidłowym indeksem tablicy. Pamiętajmy, że naszym celem jest posortowanie podlisty elementów oddalonych od siebie o h . A zatem, sortując $\text{num}[k]$, musimy sprawdzić elementy $\text{num}[k-h]$, $\text{num}[k-2h]$, $\text{num}[k-3h]$ itd., przy założeniu, że wszystkie te elementy leżą w obszarze tablicy. Kiedy zaczynamy przetwarzać element $\text{num}[k]$ i wcześniejsze elementy, rozmieszczone w odstępach co h , są już posortowane, wystarczy wstawić element $\text{num}[k]$ pomiędzy nie w taki sposób, by cała podlista kończąca się na $\text{num}[k]$ była posortowana.

Aby zilustrować ten proces, założmy, że $h = 3$, a $k = 4$. W tablicy przed $\text{num}[4]$ znajduje się tylko jeden element — $\text{num}[1]$. A zatem, kiedy zaczynamy przetwarzać $\text{num}[4]$, możemy założyć, że element $\text{num}[1]$ jest posortowany. Wstawiamy zatem $\text{num}[4]$ w takie miejsce, że podlista składająca się z elementów $\text{num}[1]$ i $\text{num}[4]$ będzie posortowana.

Podobnie, przed elementem $\text{num}[5]$ znajduje się tylko jeden element oddalony od niego o 3 i jest to $\text{num}[2]$. A zatem, kiedy zaczynamy przetwarzać $\text{num}[5]$, możemy założyć, że element $\text{num}[2]$ jest posortowany. Wstawiamy zatem $\text{num}[4]$ w takie miejsce, że podlista składająca się z elementów $\text{num}[2]$ i $\text{num}[5]$ będzie posortowana. Podobnie postępujemy z elementami $\text{num}[3]$ i $\text{num}[6]$.

Kiedy zaczynamy przetwarzać element $\text{num}[7]$, przed nim w tablicy będą się znajdowały dwa, już posortowane elementy — $\text{num}[1]$ i $\text{num}[4]$. Wstawiamy zatem $\text{num}[7]$ w takie miejsce, że podlista składająca się z elementów $\text{num}[1]$, $\text{num}[4]$ i $\text{num}[7]$ będzie posortowana.

Kiedy zaczynamy przetwarzać element $\text{num}[8]$, przed nim w tablicy będą się znajdowały dwa, już posortowane elementy — $\text{num}[2]$ i $\text{num}[5]$. Wstawiamy zatem $\text{num}[8]$ w takie miejsce, że podlista składająca się z elementów $\text{num}[2]$, $\text{num}[5]$ i $\text{num}[8]$ będzie posortowana.

Następnie, kiedy zaczynamy przetwarzać element $\text{num}[9]$, przed nim w tablicy będą się znajdowały dwa, już posortowane elementy — $\text{num}[3]$ i $\text{num}[6]$. Wstawiamy zatem $\text{num}[9]$ w takie miejsce, że podlista składająca się z elementów $\text{num}[3]$, $\text{num}[6]$ i $\text{num}[9]$ będzie posortowana.

Kiedy zaczynamy przetwarzać element $\text{num}[10]$, przed nim w tablicy będą się znajdowały trzy, już posortowane elementy — $\text{num}[1]$, $\text{num}[4]$ oraz $\text{num}[7]$. Wstawiamy zatem $\text{num}[10]$ w takie miejsce, że podlista składająca się z elementów $\text{num}[1]$, $\text{num}[4]$, $\text{num}[7]$ i $\text{num}[10]$ będzie posortowana.

I tak dalej. Zaczynamy od $h+1$, przechodzimy tablicę, przetwarzając każdy jej element i porównując go z wcześniejszymi elementami w tablicy, rozmieszczonymi w odstępach będących wielokrotnością h .

W naszym przykładzie, gdy $h = 3$, stwierdziliśmy, że musimy przetworzyć podlisty składające się z elementów (1., 4., 7., 10., 13., 16.), (2., 5., 8., 11., 14.) oraz (3., 6., 9., 12., 15.). To prawda; jednak nasz algorytm nie będzie sortował elementów (1., 4., 7., 10., 13., 16.), a następnie (2., 5., 8., 11., 14.), by zakończyć sortowaniem elementów (3., 6., 9., 12., 15.).

Zamiast tego będzie je sortował równolegle, sortując poszczególne elementy w następującej kolejności: (1., 4.), (2., 5.), (3., 6.), (1., 4., 7.), (2., 5., 8.), (3., 6., 9.), (1., 4., 7., 10.), (2., 5., 8., 11.), (3., 6., 9., 12.), (1., 4., 7., 10., 13.), (2., 5., 8., 11., 14.), (3., 6., 9., 12., 15.), i w końcu (1., 4., 7., 10., 13., 16.). Być może wygląda to na dosyć złożone rozwiązanie, jednak pod względem implementacji jest ono łatwiejsze, gdyż wystarczy przetworzyć tablicę, zaczynając od $h+1$.

Poniższa metoda wykona h-sortowanie tablicy A[1..n].

```
public static void hsort(int[] A, int n, int h) {
    for (int k = h + 1; k <= n; k++) {
        int j = k - h;
        int key = A[k];
        while (j > 0 && key < A[j]) {
            A[j + h] = A[j];
            j = j - h;
        }
        A[j + h] = key;
    }
} //koniec hsort
```

Łatwo zauważyć, że gdy h przyjmie wartość 1, powyższa metoda staje się implementacją sortowania przez wstawianie.

Uwaga programistyczna: kiedy chcemy posortować tablicę A[0..n-1], musimy w pętli while użyć warunku j >= 0, a oprócz tego zmienić instrukcję for w następujący sposób:

```
for (int k = h; k < n; k++)
```

Teraz, kiedy dysponujemy sekwencją odstępów $h_0, h_{t-1}, \dots, h_1 = 1$, możemy wykonać sortowanie, wywołując metodę hsort dla każdego z odstępów, od największego do najmniejszego.

Przedstawiony poniżej program P9.5 wczytuje liczby z pliku *shell.in*, sortuje je przy użyciu sortowania Shella (przy czym używa odstępów 8, 3 i 1), a następnie wyświetla posortowane liczby, umieszczając po 10 w wierszu.

Program 9.5

```
import java.io.*;
import java.util.*;
public class ShellSortTest {
    final static int MaxNumbers = 100;
    public static void main (String[] args) throws IOException {
        Scanner in = new Scanner(new FileReader("shell.in"));
        int[] num = new int[MaxNumbers+1];
        int n = 0, number;
        while (in.hasNextInt()) {
            number = in.nextInt();
            if (n < MaxNumbers) num[++n] = number;
                //zapisujemy, jeśli jest miejsce w tablicy
        }

        //wykonujemy sortowanie Shella z przyrostami 8, 3 i 1
        hsort(num, n, 8);
        hsort(num, n, 3);
        hsort(num, n, 1);

        for (int h = 1; h <= n; h++) {
            System.out.printf("%d ", num[h]);
            if (h % 10 == 0) System.out.printf("\n"); //wyświetlamy po 10 liczb w wierszu
        }
        System.out.printf("\n");
    } //koniec main

    public static void hsort(int[] A, int n, int h) {
        for (int k = h + 1; k <= n; k++) {
            int j = k - h;
            int key = A[k];
```

```

        while (j > 0 && key < A[j]) {
            A[j + h] = A[j];
            j = j - h;
        }
        A[j + h] = key;
    } //koniec for
} //koniec hsort

} //koniec klasy ShellSortTest

```

Załóżmy, że plik *shell.in* ma następującą zawartość:

```

43 25 66 37 65 48 84 73 60 79 56 69 32 87 23 99 85 28 14 78 39 51 44 35
46 90 26 96 88 31 17 81 42 54 93 38 22 63 40 68 50 86 75 21 77 58 72 19

```

W takim przypadku program P9.5 wyświetli następujące wyniki.

```

14 17 19 21 22 23 25 26 28 31
32 35 37 38 39 40 42 43 44 46
48 50 51 54 56 58 60 63 65 66
68 69 72 73 75 77 78 79 81 84
85 86 87 88 90 93 96 99

```

Mimochodem można zauważyć, że nasz kod byłby bardziej elastyczny, gdyby wielkości odstępów były zapisane w tablicy (dajmy na to *incr*), a do metody *hsort* były przekazywane kolejne elementy tej tablicy. Załóżmy np., że element *incr[0]* zawiera liczbę odstępów (przykładowo *m*), a kolejne elementy od *incr[1]* do *incr[m]* zawierają wartości kolejnych odstępów, przy czym *incr[m] = 1*. W takim przypadku metodę *hsort* moglibyśmy wywoływać w taki sposób:

```
for (int i = 1; i <= incr[0]; i++) hsort(num, n, incr[i]);
```

Jednym z pytań, na jakie należy znaleźć odpowiedź, jest to, w jaki sposób dobierać wielkość odstepu dla danego *n*. Zaproponowano wiele sposobów rozwiązania tego zagadnienia, a poniższy zapewnia rozsądne wyniki.

niech $h_1 = 1$
 generuj $h_{s+1} = 3h_s + 1$, dla $s = 1, 2, 3, \dots$
 zakończ, gdy $h_{s+1} > n$; użyj h_s do h_1 jako odstępów w sortowaniu

Innymi słowy, generujemy kolejne elementy sekwencji, aż do momentu, gdy wartość wygenerowanego elementu przekroczy *n*. Następnie odrzucamy dwa ostatnie elementy sekwencji, a pozostałych używamy jako odstępów w sortowaniu.

Jeśli np. $n = 100$, generujemy następującą sekwencję: $h_1 = 1, h_2 = 4, h_3 = 13, h_4 = 40, h_5 = 121$. Ponieważ $h_5 > 100$, zatem do posortowania tablicy zawierającej 100 elementów używamy odstępów h_1, h_2 oraz h_3 .

Złożoność algorytmu Shella waha się pomiędzy złożonością prostych metod sortowania (takich jak sortowanie przez wstawianie oraz przez wybieranie) wynoszącą $O(n^2)$ a złożonością $O(n \log_2 n)$ (charakterystyczną dla algorytmów sortowania przez kopcowanie, sortowania szybkiego oraz sortowania przez skalanie). Jej złożoność wynosi w przybliżeniu $O(n^{1.3})$ dla n należącego do praktycznego zakresu wielkości i zmierza do $O(n \log_2 n)$ przy n dążącym do nieskończoności.

W ramach ćwiczenia można napisać program sortujący listę przy użyciu sortowania Shella i zliczający ilość wykonanych operacji porównania i przypisania.

Ćwiczenia

1. Napisz program umożliwiający porównanie wydajności metod sortowania przedstawionych w tym rozdziale pod względem „liczby porównań” oraz „liczby operacji przypisania”. W przypadku algorytmu sortowania szybkiego porównaj wydajność uzyskiwaną, gdy elementem rozdzielającym jest wybierany pierwszy element zakresu oraz element losowy.

Sprawdź program, sortując: a) 10, 100, 1000, 10 000 oraz 1 000 000 elementów w losowej kolejności oraz b) 10, 100, 1000, 10 000 oraz 1 000 000 elementów już posortowanych.

2. Do funkcji `makeHeap` przekazywana jest tablica A . Jeśli $A[0]$ zawiera n , to $A[1]$ do $A[n]$ zawiera liczby w losowej kolejności. Napisz funkcję `makeHeap` taką, że $A[1]$ do $A[n]$ zawiera kopiec maksymalny (z *największym* elementem w korzeniu). Funkcja musi przetwarzać elementy kopca w kolejności $A[2]$, $A[3]$, ..., $A[n]$.
3. Kopiec jest zapisany w jednowymiarowej tablicy liczb całkowitych $\text{num}[1..n]$, przy czym w pierwszej komórce zapisana jest *największa* wartość. Podaj wydajny algorytm, który pozwoli usunąć korzeń i przeorganizować elementy kopca w taki sposób, że będzie zajmował zakres tablicy od $\text{num}[1]$ do $\text{num}[n-1]$.
4. Kopiec jest zapisany w jednowymiarowej tablicy liczb całkowitych $A[0..max]$, przy czym *największa* wartość znajduje się w komórce o numerze 1. Komórka $A[0]$ określa bieżącą liczbę elementów kopca. Napisz funkcję, która doda do kopca nową wartość v . Funkcja powinna działać nawet wtedy, jeśli kopiec jest początkowo pusty, a w przypadku gdy nie będzie już w nim miejsca na dodanie nowego elementu, ma wyświetlać stosowny komunikat.
5. Napisz kod, który wczyta zbiór dodatnich liczb całkowitych (zakończony cyfrą 0) i na ich podstawie utworzy w tablicy H kopiec, w którego korzeniu będzie umieszczona *najmniejsza* liczba. Po odczytaniu każda liczba jest dodawana do tablicy w taki sposób, że zostają zachowane właściwości kopca. W dowolnym momencie, jeśli wczytanych zostało n liczb, to $H[1..n]$ musi zawierać kopiec. Można założyć, że tablica H jest na tyle duża, iż pomieści wszystkie liczby.

Zakładamy, że zostały podane następujące liczby: 51 26 32 45 38 89 29 58 34 23 0.

Pokaż zawartość H po wczytaniu i przetworzeniu każdej z nich.

6. Do funkcji jest przekazywana tablica liczb całkowitych A oraz dwa indeksy m i n . Funkcja ma przeorganizować elementy od $A[m]$ do $A[n]$ i zwrócić indeks d , taki że wszystkie elementy położone na lewo od d będą mniejsze lub równe $A[d]$, a wszystkie elementy na prawo od d będą większe od $A[d]$.
7. Napisz funkcję, do której przekazywana jest tablica liczb całkowitych num oraz liczba całkowita n i która sortuje elementy tablicy od $\text{num}[1]$ do $\text{num}[n]$ przy użyciu sortowania Shella. Funkcja ma zwracać liczbę porównań wykonanych podczas sortowania. Do wyboru odstępów sortowania można wybrać dowolną rozsądną metodę.
8. W jednej tablicy liczb całkowitych $A[1..n]$ w zakresie $A[1..k]$ jest umieszczony kopiec minimalny, natomiast zakres $A[k+1..n]$ zawiera dowolne wartości. Napisz wydajną funkcję, która scali całą zawartość tablicy w taki sposób, że będzie zawierać jeden kopiec minimalny. *Nie należy* przy tym używać żadnej dodatkowej tablicy.
9. W tablicy (np. A) jest zapisany kopiec maksymalny liczb całkowitych. Element $A[0]$ zawiera rozmiar kopca (n), natomiast wartości kopca są umieszczone w elementach do $A[1]$ do $A[n]$, przy czym w elemencie $A[1]$ jest umieszczona *największa* wartość.
 - i) Napisz funkcję `deleteMax`, która będzie usuwać z przekazanej tablicy A największy element, a następnie przeorganizuje tablicę w taki sposób, że jej zawartość pozostanie kopcem.
 - ii) Przy założeniu, że dysponujesz dwoma tablicami A i B , takimi jak opisana powyżej, napisz kod, który scali ich zawartość i zapisze ją w trzeciej tablicy C w taki sposób, że będzie posortowana rosnąco. Metoda powinna porównywać po jednym elemencie z tablic A i B . Można przy tym założyć, że dostępna jest funkcja `deleteMax`.
10. Napisz funkcję rekurencyjną umożliwiającą znalezienie k -tej najmniejszej wartości w tablicy zawierającej n liczb, bez sortowania jej zawartości.

11. Napisz funkcję sortowania przez wstawianie, korzystając z wyszukiwania binarnego w celu określenia miejsca, w którym element $A[j]$ ma zostać wstawiony do posortowanej podlisty $A[1..j-1]$.
12. Mówimy, że algorytm sortowania jest *stabilny*, jeśli proces sortowania zachowuje względną kolejność kluczy. Które z opisanych metod sortowania są stabilne?
13. Dysponujemy listą n liczb. Napisz wydajny algorytm umożliwiający znalezienie: a) wartości najmniejszej, b) wartości największej, c) średniej, d) mediany oraz e) dominanty (wartości występującej najczęściej).
Napisz wydajny algorytm znajdujący te wartości.
14. Wiemy, że każda liczba znajdująca się na liście n *unikalnych* liczb jest z zakresu od 100 do 999.
Wymyśl wydajny algorytm sortowania takiej listy.
Zmodyfikuj podany algorytm w taki sposób, by sortował także listę zawierającą powtarzające się liczby.
15. Zmodyfikuj algorytmy sortowania przez scalanie (przedstawione w rozdziale 5.) oraz sortowania szybkiego w taki sposób, że podlisty zawierające mniej niż określoną, predefiniowaną liczbę elementów będą sortowane przy użyciu sortowania przez wstawianie.
16. Dysponujemy listą n liczb oraz dodatkową liczbą x . Należy znaleźć najmniejszą liczbę zapisaną na liście mniejszą lub równą x . Odnalezioną liczbę należy usunąć z listy, a na jej miejsce wstawić nową liczbę y , zachowując przy tym strukturę listy. Wymyśl rozwiązania tego problemu, wykorzystując: a) nieposortowaną tablicę liczb, b) posortowaną tablicę liczb, c) posortowaną listę powiązaną, d) binarne drzewo poszukiwań oraz e) kopiec.
Która z tych metod jest najbardziej wydajna?
17. Dysponujemy (długą) listą słów. Napisz program pozwalający określić, które z tych słów są anagramami. Wyniki prezentowane przez program powinny zawierać każdą podlistę odnalezionych anagramów (dwa lub więcej słów), przy czym poszczególne podlisty mają być od siebie oddzielone jednym pustym wierszem. Słowa są anagramami, jeśli składają się z tych samych liter, np. kaszel i szekla, kaprys i pryska.
18. Każda wartość tablicy $A[1..n]$ jest liczbą 1, 2 lub 3. Podaj *minimalną* liczbę operacji *zamiany*, które trzeba wykonać w celu posortowania takiej tablicy. Przykładowo tablicę

2	2	1	3	3	3	2	3	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9

można posortować, wykonując cztery zamiany, w następującej kolejności: (1, 3), (4, 7), (2, 9) oraz (5, 9). Innym rozwiązaniem są zamiany: (1, 3), (2, 9), (4, 7) i (5, 9). Tablicy nie można posortować, wykonując mniej niż cztery operacje zamiany.

Skorowidz

A

abstrakcyjne typy danych, 123
adres

- obiektu, 61–63
- pierwszego węzła, 94

adresowanie otwarte, 306
akcesor, 52, 53
aktualizowanie

- pliku, 221
- wskaźnika, 89

algorytm

- Euklidesa, 156
- haszowania, 307
- scalania, 39
- sortowanie przez wstawianie, 20, 25
- sortowanie przez wybieranie, 19

atrybut, 44
automatyczne odzyskiwanie pamięci, 95

B

binarne drzewo poszukiwań, 237–240, 247, 255
blok

- catch, 203
- try, 203

błąd przepelniania buforu rekurencji, 280
brat, sibling, 226
BTS, binary search trees, 237
budowanie

- drzewa binarnego, 233, 240, 244, 247
- kopca, 269

C

ciało

- klasy, 45
- konstruktora, 49

ciąg Fibonacciego, 156

D

definicje rekurencyjne, 153
definiowanie

- klasy, 44
- list powiązanych, 83

długość ścieżki wewnętrznej, 260
dodawanie

- dwóch liczb, 181
- elementów do kolejki, 94
- elementów do listy, 88, 93
- nowego elementu, 26

dostęp

- do obiektu, 61
- do zmiennej, 46

droga w labiryncie, 170
drzewo, 225, 226

- binarne, 225, 231, 244
- kompletne, 257
- pełne, 259
- prawie kompletne, 257, 259
- ze wskaźnikami rodzica, 244
- uporządkowane, 226
- zdegenerowane, 239
- zorientowane, 226

dynamiczne przydzielanie pamięci, 88
dziecko, child, 226

E

element rozdzielający, pivot, 274

F

funkcja, *Patrz* metoda
 funkcja mieszająca, hash function, 293, 296, 305
 funkcje rekurencyjne, 154

G

generowanie liczb losowych, 179
 głębokość wierzchołka, 226
 gra
 Nim, 182
 Węże i drabiny, 178
 zgadywanka, 180
 grupowanie, clustering, 298
 danych, 71
 pierwotne, 298, 307
 wtórne, 298

H

haszowanie, 291, 307
 hermetyzacja danych, 51

I

implementacja
 kolejki
 listą powiązaną, 147
 tablicą, 143
 metody łańcuchowej, 303
 scalania list, 38
 stosu
 listą powiązaną, 127
 tablicą, 124
 indeks, 214
 inicjalizowanie
 pola, 47, 48
 zmiennych, 46
 instancja klasy, 44
 instrukcja return, 63

J

język obiektowy, 44

K

kapsel, 186
 klasa, 44
 Arithmetic, 182
 BinarySearchString, 33
 BinarySearchTest, 32
 BinarySearchTreeTest, 247
 BinaryTree, 232, 234, 248, 252
 BinaryTreeTest, 235
 Book, 45
 BottleCaps, 187
 BuildList1, 90
 BuildList2, 93
 BuildList3, 97
 CompareFiles, 201
 CreateBinaryFile, 205–208
 CreateIndex, 215
 CreateRandomAccess, 211
 DataInputStream, 205, 207
 DataOutputStream, 205
 DecimalToBinary, 133
 DistinctNumbers, 295
 EvalExpression, 140
 Exception, 203, 204
 GuessTheNumber, 180
 HashChain, 301
 HeapSortTest, 268
 Index, 214, 217
 InfixToPostfix, 137
 InsertSort1Test, 23, 25
 InsertSort2Test, 26
 LevelOrderTest, 252
 LinkedList, 99–106
 Maze, 172
 MergeLists, 115
 MergeSortTest, 165
 MergeTest, 39
 Nim, 184
 Node, 85, 99, 106, 130, 138
 NodeData, 100, 109, 131, 148, 232, 240, 248
 Organisms, 168
 Palindrome, 110
 ParallelSort, 29
 Part, 57, 65, 208, 216
 PartTest, 58
 Person, 67, 75, 78
 Pi, 195
 QNode, 250, 253
 Queue, 143, 146, 251
 QueueData, 250, 253
 QueueTest, 146, 149

Quicksort3Test, 280
 QuicksortTest, 276
 RandomAccessFile, 209
 RandomTest, 179
 ReadBinaryFile, 206
 ReadRandomAccess, 212
 Root5, 193
 Scanner, 45, 241
 SearchTest, 68
 SelectSortTest, 18
 ShellSortTest, 286
 SiftUpTest, 271
 SimulateQueue, 191
 SortStrings, 28
 Stack, 127–132, 138
 StackTest, 126, 129, 132
 String, 27, 45
 Sum, 44
 TreeNode, 231, 248
 UseIndex, 218
 VoteCount, 79
 Voting, 77
 WordFrequency, 34, 72
 WordFrequencyBST, 242
 WordFrequencyHash, 308
 WordInfo, 71, 73
 klasy użytkownika, 51
 klucz, 292
 kolejka, 94, 142
 kolejka priorytetowa, 273
 kolizja, 291, 293, 297
 konstrukcja try...catch, 202
 konstruktor, 49
 bezargumentowy, 48, 50
 domyślny, 48
 poprawiony, 53
 konwersja
 drzewa binarnego, 264
 liczb, 133, 156
 wyrażenia, 134
 kopiec, 264, 273
 maksymalny, 264
 minimalny, 264
 korzeń, root, 225

L

las, 226
 liczba
 porównań, 25
 wierzchołków drzewa, 254
 π , 194

liczby
 bliźniacze, 306
 losowe, 177
 pseudolosowe, 178
 licznik, 71, 86
 licznik występowania słów, 307
 lista, 37
 dwukierunkowa, 119
 cykliczna, 116, 144
 jednokierunkowa, 91
 jednokrotnie powiązana, 91
 liniowa, 142
 powiązana, 83, 111
 liść, leaf, 226

M

metaznaki, 242
 metoda
 addHead, 100
 addInPlace, 102
 addTai, 106
 addToTable, 309
 binarySearch, 31–33, 37
 buildTree, 233–236, 245
 compareTo, 27, 33, 102, 240
 compareToIgnoreCase, 27
 copyList, 106
 countLeaves, 254
 countNodes, 254
 createMasterIndex, 215
 decToBin, 157
 deleteNode, 256
 dequeue, 145, 148, 150
 enqueue, 145, 150
 equals, 27, 107
 equalsIgnoreCase, 27, 67
 fact, 155
 findOrg, 168
 findOrInsert, 243
 findPath, 172
 getPhrase, 109
 getSmallest, 17
 getToken, 136
 getWord, 37
 hanoi, 161
 heapSort, 267
 height, 254
 hsort, 286
 insertInPlace, 26
 insertionSort, 23–28
 kthSmall, 283
 levelOrderTraversal, 253

metoda

- łańcuchowa, 300
- main, 37
- merge, 39, 163
- mergeSort, 164
- parallelSort, 29
- partition, 283
- partition2, 279
- peek, 137
- pop, 129, 131
- power, 162
- precedence, 136
- printFileInOrder, 220
- printList, 91
- processVotes, 77
- push, 128, 131
- quicksort, 275
- quicksort2, 279
- quicksort3, 282
- random, 179
- readPartFromFile, 219
- reverseList, 107
- search, 301, 308
- seek, 210
- selectionSort, 18
- siftDown, 266
- siftUp, 269, 272
- smallest, 192
- swap, 17
- toString, 56, 101
- updateRecord, 222
- visit, 241
- writePartToFile, 216, 223

metody

- instancyjne, 45, 55
- klasowe, 45
- klasy BinaryTree, 254
- klasy DataInputStream, 207
- niestatyczne, 45
- statyczne, 45, 56

mieszanie, *Patrz* haszowanie

modyfikator dostępu, 45

moment drzewa, 226

mutator, 52, 54

N

- nagłówek klasy, 45
- następnik, successor, 245
- nazwy plików, 59
 - wewnętrzne, 200
 - zewnętrzne, 200

notacja

- przyrostkowa, 134, 139
- wrostkowa, 134

O

- obiekt, 44, 60
- obsługa klientów, 190
- odczyt z pliku, 199
- odkładanie na stos, 94
- odnajdywanie drogi, 170
- odwołania do zmiennych, 46
- odwracanie listy powiązanej, 159
- odzyskiwanie pamięci, 95
- operacje
 - na listach, 85
 - wejścia-wyjścia, 199, 205
- ostatni węzeł listy, 87

P

- palindrom, 107
- pamięć statyczna, 88
- pętla
 - do...while, 185
 - for, 17
 - while, 23, 40
- pierwszeństwo operatorów, 134
- plik
 - btree.in, 236
 - LinkedList.java, 105
 - parts.txt, 217
- pliki
 - binarne, 200, 205
 - binarne z rekordami, 207
 - indeksowane, 213
 - o dostępie swobodnym, 209, 221
 - tekstowe, 200
 - źródłowe, 104
- poddrzewo, 225
- podwójne haszowanie, 306
- podział tablicy, 277
- pole, 44
 - head, 99, 148
 - next, 84
 - tail, 148
- porównywanie
 - list, 108
 - łańcuchów znaków, 27
 - plików, 201
 - zmiennych obiektowych, 62

problem
 ośmiu królowych, 175
 wyszukiwania i wstawiania, 291, 292

próbkowanie
 kwadratowe, 299
 liniowe, linear probing, 297
 liniowe z podwójnym haszowaniem, 306

przechodzenie
 drzewa, 228, 231, 235, 244
 drzewa poziomami, 249
 metodą
 in-order, 229
 level-order, 251
 post-order., 230
 pre-order, 228, 259
 poprzeczne, 229
 wsteczne, 229
 wzdłużne, 228

przechowywanie list, 111, 112

przeciążanie konstruktorów, 50

przekazywanie obiektu jako argumentu, 64

przepelnienie stosu, 125

przesiewanie w górę, 270

przeszukiwanie
 listy powiązanej, 86
 tablicy, 32, 34, 67

przetwarzanie list powiązanych, 83

przypisywanie zmiennych obiektowych, 60

publiczna metoda akcesora, 52

punkt podziału, division point, 274

R

referencja, 47

rekurencja, 153

rekurencyjna definicja funkcji, 154

reprezentacja drzewa binarnego, 231

rodzic, parent, 226

rozkład
 nierównomierny, 186
 równomierny, 177

rozszerzanie klasy, 106

rozwiązywanie kolizji, 293
 metoda łańcuchowa, 300
 podwójne haszowanie, 306
 próbkowanie kwadratowe, 299
 próbkowanie liniowe, 298

S

scalanie list, 37, 113, 163

silnia, 153

słowo kluczowe
 class, 45
 new, 45
 null, 63
 private, 46
 protected, 46
 public, 46
 static, 45, 46
 this, 102

sortowanie, 15
 listy, 95, 112
 przez
 kopcowanie, heapsort, 263, 272
 scalanie, 163
 wstawianie, 19, 70
 wybieranie, 15, 19, 273
 Shella, shellsort, 284
 szybkie, quicksort, 274, 277, 280
 tablicy, 15, 19
 łańcuchów znaków, 27
 obiektów, 70
 równoległej, 29
 z użyciem malejących odstępów, 284

stała
 MaxWords, 37
 StringFixedLength, 211

stan obiektu, 44

stopień, degree, 225

stos, 124
 operatorów, 135
 pusty, 128
 wykonawczy, 155

stosowanie obiektów, 60

strumień wyjściowy, 206, 241

symulowanie
 kolejki, 190
 realnych problemów, 189
 zbierania kapsli, 188

szacowanie
 pierwiastka kwadratowego, 193
 wartości π , 194

T

tablica, 15, 111
 candidate, 76
 łańcuchów znaków, 27, 32, 70
 mieszająca, 295, 296
 nadmiarowa, overflow table, 303
 typu String, 27

tablice
 obiektów, 64, 69, 70
 równoległe, 29

tablicowa reprezentacja drzewa, 257
 testowanie klasy Part, 58
 tryb rw, 221
 tworzenie

- klasy listy powiązanej, 99
- listy posortowanej, 95
- listy powiązanej, 88, 93
- obiektów, 44
- węzła, 94

 typ

- LinkedList, 114
- Stack, 130

U

umieszczanie na stosie, 124
 usuwanie

- elementu z listy, 94
- elementu z tablicy, 296
- kluczy, 304
- wierzchołków, 255

W

waga drzewa, 226
 wartość

- domyślna, 48
- END, 211
- key, 221, 295
- wyrażenia, 139

 węzły listy, 83
 wierzchołek końcowy, 226
 wieże Hanoi, 160
 wskaźnik, 47

- do węzła, 84, 95
- na korzeń, 233
- na rodzica, 247
- null, 63, 84

 współczynnik wypełnienia tablicy, 299
 wstawianie

- elementu, 26, 91
- węzła do listy, 91

wyjątek, 203, 204
 wyliczanie

- potęgi liczby, 162
- wartości wyrażeń, 139

 wyrażenie

- w zapisie przyrostkowym, 142
- w zapisie wrostkowym, 142

 wysokość drzewa, 226
 wyszukiwanie

- binarne, 30
- i wstawianie, 291, 292
- łańcucha, 68

 wyświetlanie

- listy powiązanej, 159
- zawartości pól, 55

Z

zapis

- do pliku, 36, 199, 206
- listy powiązanej, 111
- przyrostkowy, 134, 141
- wrostkowy, 134, 140

 zdejmowanie ze stosu, 94, 124
 zliczanie, 166

- węzłów, 85
- wystąpień wyrazów, 34, 240

 złożoność algorytmu, 25, 287
 zmienna

- curr, 85, 95
- obiektowa, 47
- prev, 95
- top, 84, 93, 125–128

 zmienne

- instancyjne, 44, 51
- klasowe, 45, 51
- niestatyczne, 45
- obiektowe, 60, 62
- statyczne, 45

 znajdowanie najmniejszej liczby, 283
 zwracanie wartości, 74

PROGRAM PARTNERSKI

GRUPY WYDAWNICZEJ HELION



- 1. ZAREJESTRUJ SIĘ**
- 2. PREZENTUJ KSIĄZKI**
- 3. ZBIERAJ PROWIZJĘ**

Zmień swoją stronę WWW
w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA WYDAWNICZA



Helion SA

Java

Zaawansowane zastosowania

Czy wiesz, jaki język programowania wybierany jest jako podstawa najbardziej skomplikowanych i zaawansowanych projektów IT? Tak, to Java! Doskonale sprawdza się wszędzie tam, gdzie wymagane są najwyższa wydajność, pełne bezpieczeństwo oraz realizacja złożonych reguł biznesowych. Jeżeli chcesz zapoznać się z nietypowym i sprytnym wykorzystaniem tego języka, to trafiłeś na doskonałą książkę.

W trakcie lektury będziesz mieć niepowtarzalną okazję, by przygotować zaawansowane algorytmy oraz zaimplementować je z użyciem języka Java. Ponadto dogłębnie poznasz listy, stosy i kolejki oraz dowiesz się, jak efektywnie na nich operować. W kolejnych rozdziałach zaznajomisz się z technikami sortowania danych oraz generowania liczb losowych. Co jeszcze? Operacje na plikach, drzewa binarne oraz haszowanie to tylko niektóre z poruszanych tu tematów. Książka jest doskonałą lekturą dla wszystkich programistów języka Java, chcących wycisnąć z niego jeszcze więcej!

Dzięki tej książce:

- poznasz i zaimplementujesz zaawansowane algorytmy,
- wygenerujesz liczby losowe,
- poznasz zaawansowane metody sortowania danych,
- zaznajomisz się z tematem rekurencji,
- poznasz niuanse języka Java.

Apress®

Nr katalogowy: 23857

Księgarnia internetowa:
<http://helion.pl>

Zamówienia telefoniczne:
0 801 339900
0 601 339900

helion.pl
księgarnia internetowa

Sprawdź najnowsze promocje:
• <http://helion.pl/promocje>
Książki najchętniej czytane:
• <http://helion.pl/bestsellery>
Zamów informacje o nowościach:
• <http://helion.pl/nowości>



Helion

Helion SA
ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
e-mail: helion@helion.pl
<http://helion.pl>

sięgnij po WIĘCEJ



KOD KORZYŚCI

cena: 59,00 zł

ISBN 978-83-246-9426-6



9 788324 694266